

Федеральное агентство по образованию
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.М. Емельянов, К.М. Белоцкий

ЛЕКЦИИ ПО ОСНОВАМ
ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ МОДЕЛИ
И НОВОЙ ФИЗИКЕ

*Рекомендовано УМО «Ядерные физика и технологии»
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений*

Москва 2007

УДК 539.1 (075)
ББК 22.38я7
Е60

Емельянов В.М., Белоцкий К.М. **Лекции по основам электрослабой модели и новой физике:** Учебное пособие. – М.: МИФИ, 2007. – 236 с.

В данном пособии изложена электрослабая модель: ее предпосылки, основы и существующие проблемы. Описаны некоторые популярные варианты расширения электрослабой модели: модели суперсимметрии, «малого Хиггса», техни цвета и модели с дополнительными измерениями. Показана связь рассмотренной физики с космологией.

Пособие рассчитано на студентов, специализирующихся по физике элементарных частиц, космомикрофизике.

Пособие подготовлено в рамках Инновационной образовательной программы.

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент *A.B. Берков*

ISBN 978-5-7262-0826-8

© Московский инженерно-физический институт
(государственный университет), 2007

Редактор *E.H. Kochubey*

Подписано в печать 10.11.2007. Формат 60×84 1/16
Объем 14,75 п.л. Уч. изд. л. 15,0. Тираж 200 экз.
Изд. № 4/22. Заказ № 2/854
Московский инженерно-физический институт
(государственный университет). 115409, Москва, Каширское шоссе, 31
Типография издательства «Тровант», г. Троицк Московской обл.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
1. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ МОДЕЛИ	
1.1. Введение.....	6
1.2. Токи. Структура слабых токов	6
1.3. Теория Ферми слабых взаимодействий.....	9
1.4. Нарушение четности и (V-A) форма заряженных слабых токов	9
1.5. (V-A) теория заряженных слабых взаимодействий	11
1.6. Теория промежуточного векторного бозона	13
2. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ	
2.1. Симметрии и группы симметрий в физике	15
2.2. Калибровочный принцип.....	18
2.3. Спонтанное нарушение симметрии.....	25
2.4. Теорема Голдстоуна.....	29
2.5. Механизм Хиггса	30
3. ЭЛЕКТРОСЛАБАЯ МОДЕЛЬ	
3.1. Введение.....	33
3.2. Правые и левые фермионы	34
3.3. Выбор калибровочной группы.....	35
3.4. Механизм Хиггса и массы W и Z	40
3.5. Общие свойства электрослабой модели	44
3.6. Лагранжиан электрослабой модели	56
3.7. Предсказания электрослабой модели	58
3.8. Хиггсовский бозон	62
3.9. Стандартная модель	69
4. НОВАЯ ФИЗИКА	
4.1. Суперсимметрия	70
4.2. Альтернатива SUSY: «малый хиггс» (MH)	86
4.3. Внешние (дополнительные) измерения.....	97
4.4. Техни цвет	117
4.5. Расширенный техни цвет (ETC).....	134
5. НОВАЯ ФИЗИКА В КОСМОЛОГИИ	
5.А. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ	147
5.1. Введение.....	147
5.2. Фридмановская модель Горячей Вселенной.....	148

5.3. Предсказательная сила космологии: ограничения на физику ранней Вселенной	160
5.4. Примеры космологических ограничений конкретных физических моделей	174
5.Б. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА НОВОЙ ФИЗИКИ	181
5.5. Проблемы «старой» космологии.....	181
5.6. Новая физика как решение проблем «старой» космологии.....	192
ПРИЛОЖЕНИЕ	
П.1. Основы физики нейтрино	217
П.2. СР-четность и ее нарушения	224
П.3. Сильное СР-нарушение и модель аксиона	228
П.4. СРТ-теорема.....	234
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	236

ПРЕДИСЛОВИЕ

В 2008 г. в ЦЕРН начнет свою работу крупнейший ускоритель протонов – Большой адронный коллайдер. Его задачами являются: 1) проверка современной модели элементарных частиц и их взаимодействий – стандартной модели; 2) поиск новой физики вне рамок стандартной модели. Как ожидается, будет проверен механизм нарушения электрослабой симметрии и обнаружен бозон Хиггса. Эта частица оказывается «последним кирпичиком» при построении стандартной модели. Обнаружение (как и не обнаружение) бозона Хиггса ставит перед современной физикой высоких энергий новые проблемы, для разрешения которых необходима «новая» физика (суперсимметрия, техни цвет, дополнительные измерения и т.д.). Если «новая» физика существует (а в этом мало кто из физиков сомневается), то она должна себя проявлять и в космологии.

Предлагаемая книга основана на курсе лекций, читаемых для студентов 4-го и 5-го курсов факультета экспериментальной и теоретической физики МИФИ. Глава 1 содержит феноменологические основы электрослабой модели. В главе 2 сформулированы калибровочный принцип построения калибровочных теорий, рассмотрены идеи спонтанного нарушения симметрии и механизм Хиггса. В главе 3 обсуждается электрослабая модель и ее предсказания. В главе 4 рассмотрены некоторые из возможностей для «новой» физики (суперсимметрия, техни цвет, малый Хиггс, дополнительные измерения). Глава 5 содержит обсуждение проявлений «новой» физики в космологии.

Авторы выражают благодарность М.Ю. Хлопову и А.В. Беркову за полезные обсуждения и рекомендации, а также К.И. Шибаеву за помощь в подготовке рукописи.

1. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ МОДЕЛИ

1.1. Введение

Существование слабых взаимодействий было постулировано для объяснения экспериментальных данных по временам жизни нейтрона, π -, μ -мезонов:

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e, \quad \tau_n = 920 \text{ с}, \quad (1.1a)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu, \quad \tau_{\pi^-} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}, \quad (1.1b)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu, \quad \tau_{\mu^-} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}. \quad (1.1c)$$

Эти времена гораздо больше времен жизни частиц, распадающихся по сильным и электрослабым взаимодействиям:

$$\Delta \rightarrow p \pi, \quad \tau_{\pi^-} = 10^{-23} \text{ с}, \quad (1.2a)$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma, \quad \tau_{\pi^0} = 10^{-16} \text{ с}. \quad (1.2b)$$

Вообще история развития представлений о слабых взаимодействиях до создания электрослабой модели представляет собой интересный пример взаимосвязи теории и эксперимента. В свое время существовало множество феноменологических моделей, которые проверялись и опровергались при сравнении с экспериментальными данными. Среди этих теорий следует отметить теорию Ферми, (V-A) теорию Фейнмана и Гелл-Манна, а также теорию IVB (промежуточного векторного бозона) Ли, Янга и Глэшоу. Обсудим основные идеи предшественников электрослабой модели.

1.2. Токи. Структура слабых токов

Электромагнитное взаимодействие можно описать как взаимодействие электромагнитного тока с фотонами. Например, упругое рассеяние $ee \rightarrow ee$ (рис.1.1) описывается взаимодействием двух электромагнитных токов с γ -квантами.

Аналогично электромагнитному, слабое взаимодействие можно рассматривать как взаимодействие слабого тока с промежуточным W^\pm - и Z^0 -бозонами. Слабые токи, связанные с испусканием и поглощением W^\pm , называются заряженными токами, так как они изменяют электрические заряды входящих в них частиц. Пример таких токов приведен на рис.1.2.

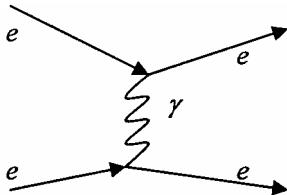


Рис. 1.1. Диаграмма процесса $ee \rightarrow ee$

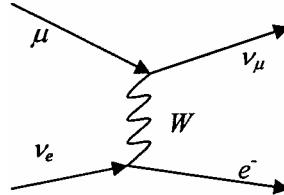


Рис. 1.2. Диаграмма процесса $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

С Z^0 -бозонами связаны нейтральные токи типа $\bar{e}e$, $\bar{\nu}_\mu \nu_\mu$, $\bar{\mu}\mu$ и т.д., когда входящие и выходящие частицы в вершину взаимодействия одинаковые. С нейтральными токами связано, например, рассеяние $\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e$ (рис.1.3).

Заряженные и нейтральные слабые токи содержат лептонную и адронную части. Для трех поколений лептонов

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

у каждого заряженного лептона есть свое нейтрино. Заряженный лептонный ток j_e образует лептон со своим нейтрино:

$$j_e = \bar{e}\nu_e + \bar{\mu}\nu_\mu + \bar{\tau}\nu_\tau. \quad (1.4)$$

Очевидно, что при этом испускаются W^+ -бозоны или поглощаются W^- -бозоны. Эрмитово-сопряженный ток

$$j_e^+ = \bar{\nu}_e e + \bar{\nu}_\mu \mu + \bar{\nu}_\tau \tau \quad (1.5)$$

содержит испускание W^- -бозонов или поглощение W^+ -бозонов.

Нейтральный лептонный ток j_e^0 включает шесть слагаемых: $\bar{\nu}_e v_e$, $\bar{\nu}_\mu v_\mu$, $\bar{\nu}_\tau v_\tau$, $\bar{e} e$, $\bar{\mu} \mu$, $\bar{\tau} \tau$. Лептонные токи описывают процессы как с участием лептонов, так и с участием антителептонов (e^+ , μ^+ , τ^+ , $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_\tau$).

Как известно, адроны участвуют в слабых взаимодействиях. Рассмотрим это взаимодействие на кварковом уровне. Сейчас известно, как и в случае лептонов, три семейства夸克ов:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Наиболее хорошо изучены слабые превращения кварков первых двух семейств. В заряженный ток кварки входят не только со своими партнерами, но и с «чужими». Например, наряду с токами $\bar{u}d$ и $\bar{c}s$ существует и ток $\bar{u}s$. В самом деле, если бы тока $\bar{u}s$ не было, то странные частицы были бы абсолютно стабильными, а они распадаются. Например, ток $\bar{u}d$ определяет распад нейтрона (рис.1.4). Ток $\bar{u}s$ входит в диаграмму распада Λ -гиперона (рис.1.5).

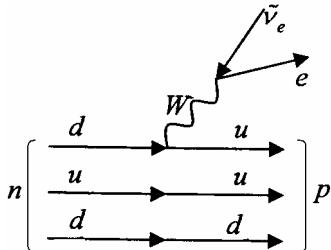


Рис. 1.4. Диаграмма распада нейтрона

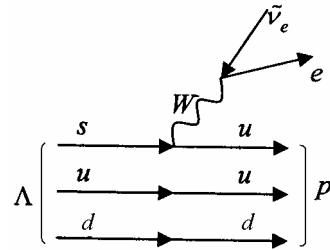


Рис. 1.5. Диаграмма распада Λ -гиперона

Если каждый «верхний» кварк может переходить в каждый из «нижних» кварков, то заряженный адронный ток будет содержать девять слагаемых: $\bar{u}d$, $\bar{u}s$, $\bar{u}b$, $\bar{c}d$, $\bar{c}s$, $\bar{c}b$, $\bar{t}d$, $\bar{t}s$, $\bar{t}b$. Девять компонент содержатся и в эрмитово-сопряженном токе.

Нейтральный адронный ток j_0^h имеет шесть компонент: $\bar{u}u$, $\bar{d}d$, $\bar{s}s$, $\bar{c}c$, $\bar{b}b$, $\bar{t}t$. Нейтральные токи типа $\bar{d}s$, $\bar{u}c$ (горизонтальные превращения) отсутствуют.

Следует заметить, что кварки несут цветовые степени свободы. Поскольку цветовая симметрия не нарушена, то слабые кварковые токи, как и адроны, являются бесцветными. Поэтому, например, ток $\bar{u}d$ представляет собой сумму трех слагаемых:

$$\bar{u}d = \bar{u}^i d_i = \bar{u}^1 d_1 + \bar{u}^2 d_2 + \bar{u}^3 d_3. \quad (1.7)$$

Суммирование ведется по цветовым индексам.

1.3. Теория Ферми слабых взаимодействий

В 1934 г. для описания β -распада нейтрона $n \rightarrow pe^-\bar{\nu}_e$ Э.Ферми предложил 4-фермионную теорию, лагранжиан которой

$$L_F = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{p}(x) \gamma_\lambda n(x)) (\bar{e}(x) \gamma^\lambda v_e(x)) + \text{э.с.} \quad (1.8)$$

Этот лагранжиан выглядит как произведение двух токов – адронного и лептонного с векторным взаимодействием в вершине. Величина $G_F = 1,166 \cdot 10^{-5}$ ГэВ⁻² – размерная фермиевская константа слабых взаимодействий. Лагранжиан L_F подразумевает локальный характер четырехфермионных взаимодействий: два тока взаимодействуют в одной пространственно-временной точке x .

Следует отметить, что из-за векторной структуры слабых токов в теории Ферми эта теория не объясняет наблюдаемое экспериментально нарушение четности в слабых взаимодействиях.

1.4. Нарушение четности и (V-A) форма заряженных слабых токов

Наблюдение распадов каонов на состояния с противоположными четностями: $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ и $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$ привело в 1956 г. Ли и Янга к предположению о несохранении четности в слабых взаимодействиях, «ответственных» за эти распады. Нарушение четности открыто в 1957 г. (мадам Ву и коллеги) при анализе β -распада ядра кобальта $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} e^- \bar{\nu}_e$, происходящего при распаде нейтрона $n \rightarrow pe^-\bar{\nu}_e$. Ядра поляризовались внешним магнитным полем таким образом, чтобы угловые моменты Co и Ni,

равные $J = 5$ и $J = 4$ соответственно, были выстроены в направлении внешнего поля. При сохранении углового момента угловой момент системы электрон–антинейтрино должен быть $J(e^- \bar{\nu}_e) = 1$ и выстроен так же, как другие моменты. Поэтому спины электрона и антинейтрино (это фермионы) должны быть выстроены в том же направлении. Электрон от распада всегда наблюдается движущимся в направлении, противоположном внешнему полю. По закону сохранения импульса недетектируемое антинейтрино должно двигаться в направлении, противоположном направлению движения электрона. Это означает, что рожденный электрон имеет отрицательную спиральность (левую), а антинейтрино – положительную спиральность (правую). Напомним, что фермионное поле можно представить в виде

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R, \quad (1.9)$$

$$\Psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \Psi, \quad \Psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \Psi. \quad (1.10)$$

Таким образом, заряженные слабые токи, связанные с этим распадом, всегда порождаются левыми компонентами электронов и правыми компонентами антинейтрино. Ненаблюдение левых антинейтрино, а также правых нейтрино в заряженных слабых токах является сигналом нарушения четности, поскольку преобразование четности меняет левые фермионы на правые фермионы.

Как оказалось, слабый заряженный ток имеет «векторную минус аксиально-векторную форму»

$$J_\mu \sim V_\mu - A_\mu. \quad (1.11)$$

Векторный и аксиально-векторный токи при преобразовании четности (P) трансформируются следующим образом:

$$V^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \xrightarrow{P} \begin{cases} +\bar{\Psi} \gamma^0 \Psi; \\ -\bar{\Psi} \gamma^k \Psi, k = 1, 2, 3; \end{cases} \quad (1.12a)$$

$$A^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma^5 \Psi \xrightarrow{P} \begin{cases} -\bar{\Psi} \gamma^0 \gamma^5 \Psi; \\ +\bar{\Psi} \gamma^k \gamma^5 \Psi, k = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (1.12b)$$

Соответственно, произведения токов при P -преобразовании изменяются так:

$$V_\mu V^\mu \xrightarrow{P} V^\mu V_\mu; \quad (1.13a)$$

$$A_\mu A^\mu \xrightarrow{P} A^\mu A_\mu; \quad (1.13b)$$

$$A_\mu V^\mu \xrightarrow{P} -A_\mu V^\mu. \quad (1.13c)$$

Поэтому любая комбинация векторных и аксиально-векторных токов, например $J_\mu \sim \alpha V_\mu + \beta A_\mu$, будет приводить к нарушению четности в лагранжиане $L \sim J_\mu J^{\mu+}$. При этом «максимальное» нарушение четности достигается в случае, если $J_\mu \sim V_\mu - A_\mu$, поскольку

$$J_\mu J^{\mu+} \sim (V_\mu - A_\mu)(V^\mu - A^\mu) \xrightarrow{P} (V_\mu + A_\mu)(V^\mu + A^\mu), \quad (1.14)$$

а это происходит тогда, когда заряженные слабые взаимодействия связаны с левыми фермионами и правыми антифермионами. Это можно увидеть, воспользовавшись тождеством

$$\gamma_\mu(1-\gamma_5) = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\gamma_\mu(1-\gamma_5) \quad (1.15)$$

и переписав ток в терминах левых компонент полей

$$J_\mu \sim V_\mu - A_\mu = \bar{v}_e \gamma_\mu(1-\gamma_5)e = 2(\bar{v}_e)_L \gamma_\mu e_L. \quad (1.16)$$

1.5. (V-A) теория заряженных слабых взаимодействий

Лагранжиан (V-A) теории слабых взаимодействий, предложенный в 1953 г. Фейнманом и Гелл-Манном для двух поколений фермионов, имеет вид

$$L_{V-A} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\mu^{CC}(x) J^{\mu CC+}(x), \quad (1.17)$$

где

$$J_\mu^{CC} = \bar{v}_e(x) \gamma_\mu(1-\gamma_5)e + \bar{v}_\mu \gamma_\mu(1-\gamma_5)\mu + \bar{u} \gamma_\mu(1-\gamma_5)d'. \quad (1.18)$$

Заметим, что в структуру заряженного тока входит кварковое состояние d' , а не d -кварк. Причина – смешивание кварков, т.е. $d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C$, где θ_C – угол Кабибо.

Идея смешивания кварков возникла у Н. Кабибо в 1963 г. для объяснения подавления распада каона ($K^- \rightarrow \mu^- \bar{v}_\mu$) по сравнению

с распадом пиона ($\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{v}_\mu$), причем экспериментальный фактор подавления составил $\sim 1/20$. Численное значение величины θ_C было получено при сравнении экспериментальных данных с предсказаниями ширин распадов K^- - и π^- -мезонов в (V-A) теории:

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{v}_\mu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{v}_\mu)} \approx \frac{\sin^2 \theta_C}{\cos^2 \theta_C} \sim \frac{1}{20}. \quad (1.19)$$

Отсюда $\theta_C \approx 13^\circ$. Как оказалось, смешивание夸克ов, природа которого остается неясной, является общим свойством трех поколений. Электрослабые собственные состояния夸克ов представляют собой смесь夸克овых состояний с определенной массой.

Величину эффективной константы слабых взаимодействий G_F можно извлечь из экспериментальных данных по времени жизни мюона $\tau_\mu^{\text{эксп}} = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. (V-A) теория предсказывает для времени жизни μ -мезона

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \tilde{v}_e v_\mu) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}. \quad (1.20)$$

(V-A) теория хорошо описывала экспериментальные данные по слабым взаимодействиям вплоть до 1973 г., когда были открыты нейтральные токи. Отметим, что нейтральные токи в (V-A) теории отсутствуют. Кроме того, (V-A) теория имеет, как теория поля, существенные противоречия. Действительно, (V-A) теория нарушает условие унитарности и является неперенормируемой теорией.

Нарушение унитарности в (V-A) теории можно обнаружить, сравнивая предсказания (V-A) теории для сечения упругого рассеяния электрона на нейтрино

$$\sigma_{(V-A)}(v e^- \rightarrow v e^-) = \frac{G_F^2}{6\pi} s \quad (1.21)$$

с унитарным пределом для полных сечений (σ_{tot}), полученным из условия унитарности S -матрицы рассеяния: $SS^+ = S^+S = 1$.

Поскольку для всех парциальных волн $|a_J(s)|^2 < 1$, то

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \frac{16\pi}{s} \sum_J (2J+1) |a_J(s)|^2 < \frac{16\pi}{s} \sum_J (2J+1). \quad (1.22)$$

Сечение упругого рассеяния уже при $\sqrt{s} \approx 300$ ГэВ нарушает унитарный предел, поэтому такая теория не может быть самосогласованной.

Неперенормируемость (V-A) становится очевидной при вычислении петлевых поправок к сечению. Эти поправки содержат квадратичные расходимости, которые не могут быть устранины переопределением параметров этой теории. Как и в случае с унитарностью, «плохое» поведение (V-A) теории возникает при высоких энергиях. Поэтому (V-A) теория не способна давать разумные предсказания при высоких энергиях, и ее можно рассматривать лишь как «эффективную» теорию при малых энергиях.

1.6. Теория промежуточного векторного бозона

Теория промежуточного векторного бозона (IVB) слабых взаимодействий предполагает, что эти взаимодействия осуществляются путем обмена массивным векторным бозоном со спином $S=1$. Сначала предполагалось существование заряженных векторных бозонов W^\pm , связанных с заряженными слабыми токами, а затем (после открытия нейтральных токов) был введен нейтральный векторный бозон Z . Подчеркнем, что эти бозоны еще не были тогда калибровочными бозонами, относящимися к какой-либо группе симметрии. Лагранжиан IVB, включающий заряженные (CC) и нейтральные (NC) токи, имеет вид

$$L_{\text{IVB}} = L_{\text{CC}} + L_{\text{NC}}, \quad (1.23a)$$

$$L_{\text{CC}} = \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu W^{+\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}), \quad (1.23b)$$

$$L_{\text{NC}} = \frac{g}{\cos \theta_W} J_\mu^{\text{NC}} Z^\mu, \quad (1.23c)$$

где

$$J_\mu = \sum_l \bar{v}_l \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} l + \sum_q \bar{q} \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} q, \quad (1.24a)$$

$$J_{\mu}^{\text{NC}} = \sum_{f=l,q} g_L^f \bar{f} \gamma_{\mu} \frac{1-\gamma_5}{2} f + \sum_{f \neq v} g_L^f \bar{f} \gamma_{\mu} \frac{1+\gamma_5}{2} f . \quad (1.24б)$$

В этих выражениях W_{μ}^{\pm} и Z_{μ} – заряженные и нейтральные векторные бозоны, g – безразмерная константа связи. Угол θ_W , определяющий вращение в нейтральном секторе от «слабых собственных состояний» к состояниям с физическими массами, связан со слабой константой связи g и электрическим зарядом соотношением:

$$g = \frac{e}{\sin \theta_W} . \quad (1.25)$$

Подчеркнем, что взаимодействие токов вследствие обмена промежуточными векторными бозонами, в отличие от (V-A) теории, нелокально. Кроме того, нейтральные токи имеют как (V-A), так и (V+A) компоненты, хотя экспериментальные данные указывают на доминирование (V-A) компоненты.

Замечательно, что предсказанные в 1961 году нейтральные токи были обнаружены экспериментально гораздо позже, в 1973 г. на установке GARGAMEL в ЦЕРН. Это было большим успехом IVB теории, которая позже стала одним из «кирпичиков» электрослабой теории.

Связь между параметрами IVB и (V-A) теориями можно установить, сравнивая предсказания этих теорий для сечения рассеяния $e\nu \rightarrow e\nu$ при низких энергиях ($\sqrt{s} \leq m_W$):

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} . \quad (1.26)$$

Однако IVB теория не свободна от внутренних противоречий. Подобно (V-A) теории IVB теория неперенормируема и нарушает при высоких энергиях унитарный предел. При энергиях $\sqrt{s} \ll m_W$ IVB теория хорошо описывает экспериментальные данные. Проблемы возникают при высоких энергиях. Однопетлевые поправки к сечению рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ при высоких энергиях расходятся из-за «плохого» поведения пропагатора W -бозона в IVB теории:

$$(i\Delta_W)_{\text{IVB}} \xrightarrow{k^2 \approx m_W^2} \frac{1}{m_W^2} . \quad (1.27)$$

В электрослабой же калибровочной теории пропагатор W -бозона ведет себя иначе:

$$(i\Delta_W)_{\text{калибр}} \xrightarrow{k^2 \approx m_W^2} \frac{1}{k^2} , \quad (1.28)$$

и расходимостей не возникает.

Что касается нарушения унитарности в IVB теории, то оно происходит при больших, чем в (V-A) теории, энергиях. Как видно из структуры IVB теории, она не содержит самовзаимодействия векторных бозонов, характерного для неабелевых калибровочных бозонов.

После обсуждения феноменологических основ приступим к построению электрослабой модели. Эта модель основана на идее калибровочной симметрии. Прежде чем обратиться к калибровочной симметрии, обсудим типы симметрий и их роль в физике.

2. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

2.1. Симметрии и группы симметрий в физике

История физики содержит множество примеров, показывающих важность симметрийного подхода к анализу экспериментальных данных и развитию новых представлений. Например, загадочные свойства атомов в периодической таблице выглядят весьма естественными при рассмотрении их вращательной симметрии. Другой пример – теория относительности становится весьма элегантной, если ее сформулировать «из первых принципов» и воспользоваться лоренц-инвариантностью. Не менее важный пример использования симметрийных соображений – предсказание В. Паули в 1930 г. существования электронного нейтрино, основанное на сохранении энергии, импульса и углового момента.

Каждая частица определяется набором квантовых чисел. Эти числа характеризуют внутренние свойства частицы. Их и называют

внутренними, так как они не имеют отношения к кинематическим состояниям частицы, характеризуемым законами сохранения энергии, импульса и углового момента.

Существование квантового числа в системе всегда возникает вследствие инвариантности системы относительно глобального преобразования, не зависящего от координат пространственно-временной точки, где оно было произведено.

Достаточно простого примера, чтобы проиллюстрировать общую ситуацию. Рассмотрим две частицы, энергия взаимодействия которых зависит только от относительного расстояния между ними. При смещении начала координат в другое положение никаких изменений физического состояния системы не происходит. Полный импульс системы остается постоянным во времени, поскольку его изменение определяется полным градиентом энергии взаимодействия, а этот градиент равен нулю.

Таблица 2.1

Преобразования		Законы сохранения	Ненаблюдаемые величины
Непрерывные преобразования пространства–времени	Пространственная трансляция	Импульс	Абсолютное положение
	Трансляция во времени	Энергия	Абсолютное время
	Вращение	Угловой момент	Абсолютная ориентация
	Лоренцевское преобразование	Групповые генераторы	Абсолютная скорость
Дискретные преобразования	Пространственная инверсия	Четность	Различие между левыми и правыми состояниями
	Инверсия времени	Инвариантность по отношению к инверсии времени	Абсолютное направление времени
	Зарядовое сопряжение	Чарядовая четность	Абсолютный знак заряда
	Фазовое преобразование $\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi$	Обобщенный заряд	Относительный фазовый угол между различными зарядами

Таким образом, если имеется физическая система, в которой абсолютные положения частиц ненаблюдаемы (энергия взаимодей-

ствия зависит от относительных расстояний) и если к этой системе применяется геометрическое преобразование – пространственная трансляция, то следствием этого преобразования является сохранение импульса. В табл. 2.1 представлены свойства некоторых симметрий, имеющих отношение к физике частиц.

Существует три типа симметрий.

1. Непрерывные симметрии пространства–времени. Соответствующие им квантовые числа аддитивны, т.е. квантовое число, связанное с заданной симметрией составной системы, получается путем сложения (алгебраического или векторного) квантовых чисел компонент системы.

2. Дискретные симметрии. В этом случае квантовые числа мультиплективны: квантовое число составной системы задается произведением квантовых чисел всех составляющих системы.

3. Унитарные симметрии. С ними связаны фазовые преобразования полей или вращений во «внутреннем» пространстве системы. Таким преобразованиям симметрии соответствует сохранение обобщенного заряда (электрический заряд, барионное или лептонное число) или сохранение изоспина, аромата, цветов. Квантовые числа преобразований унитарной симметрии аддитивны.

Это перечисление симметрий было бы неполным без упоминания о перестановочной симметрии в системе тождественных частиц. Согласно общему принципу квантовой теории поля, известному как связь между спином и статистикой, тождественные частицы с полуцелыми спинами описывается статистикой Ферми–Дирака, т.е. их волновая функция антисимметрична относительно перестановки любых двух частиц. Тождественные частицы с целым спином описываются статистикой Бозе–Эйнштейна, и их волновая функция полностью симметрична относительно переменных всех частиц.

Очевидно, что точная симметрия очень важна в физике частиц. Например, она позволяет определить новую частицу в реакции, в которой все другие частицы уже имеют известный набор квантовых чисел. Следует отметить замечательную связь, существующую между симметриями модели и законами сохранения, известную как теорема Нетер. Согласно этой теореме инвариантность физической

системы по отношению к классу непрерывных преобразований симметрии приводит к некоторой сохраняющейся величине. Другими словами, симметрии динамической модели и сохраняющиеся величины оказываются взаимосвязанными. Этот результат широко используется при построении моделей элементарных частиц. Очень важно, что многие симметрии в физике частиц не являются точными симметриями. Говорят, что симметрия нарушена, если некоторая величина, обычно наблюдаемая вследствие симметрии, при определенных условиях становится наблюдаемой.

Может показаться, что изучение нарушенных симметрий непродуктивно, но это не так. Во-первых, природа устроена так, что многие симметрии нарушаются. Во-вторых, это нарушение происходит достаточно упорядоченно, и это опять-таки можно использовать при построении моделей элементарных частиц и их взаимодействий.

Заметим, что любое непрерывное преобразование симметрии можно сделать локальным, т.е. зависящим от координат той пространственно-временной точки, в которой это преобразование проводится. Симметрии, соответствующие преобразованиям такого типа, называются локальными симметриями. К локальным симметриям относится симметрии пространства электрического заряда, слабого, изоспинового пространства и пространства цветовых зарядов. Эти симметрии называются калибровочными симметриями, поскольку они действуют во «внутреннем» пространстве состояний.

Некоторые преобразования состояний в физике частиц обладают свойствами групповых состояний преобразований симметрии. Говорят, что система имеет группу симметрии S , если ее состояние инвариантно по отношению к преобразованиям группы: $SHS^+ = H$, где H – гамильтониан системы.

2.2. Калибровочный принцип

Подразумевает ли инвариантность гамильтониана (лагранжиана) относительно преобразований симметрии определенную форму взаимодействия частиц? Иначе говоря, может ли симметрия опре-

делять динамику? В квантовой электродинамике (КЭД) ответы на эти вопросы положительные. Действительно, в КЭД свойства калибровочного поля (фотона) следуют из инвариантности лагранжиана относительно локальных калибровочных преобразований группы $U(1)$. Можно ли принцип калибровочной инвариантности распространить на другие взаимодействия? И вообще, как можно ввести эти взаимодействия? Калибровочный принцип был впервые сформулирован Саламом и Уордом: «Постулируем, что возможно ввести в лагранжиан члены с сильным, слабым и электромагнитным взаимодействием путем локальных калибровочных преобразований кинетических членов в свободном лагранжиане для всех частиц».

Калибровочная инвариантность в квантовой механике

Заметим, что калибровочный принцип и калибровочная инвариантность присутствует в квантовой механике при рассмотрении движения частицы в электромагнитном поле. Начнем с классического гамильтониана

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\phi, \quad (2.1)$$

где электрические и магнитные поля записаны в терминах потенциала $A^\mu = (\phi, \vec{A})$. При этом

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (2.2)$$

Эти поля остаются неизменными при калибровочном преобразовании (G) потенциалов:

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial\chi}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\chi. \quad (2.3)$$

Для квантования гамильтониана (2.1), как известно, нужно сделать замену $\vec{p} \rightarrow -i\vec{\nabla}$. При этом получаем уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в электромагнитном поле:

$$\left[\frac{1}{2m}(-i\vec{\nabla} - q\vec{A})^2 + q\phi \right] \psi(\vec{x}, t) = i \frac{\partial\psi(\vec{x}, t)}{\partial t}, \quad (2.4)$$

которое можно записать в компактной форме

$$\frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi = iD_0\psi . \quad (2.5)$$

Если провести калибровочное преобразование $(\phi, \vec{A}) \xrightarrow{G} (\phi', \vec{A}')$, задаваемое соотношением (2.3), то будет ли новое поле ψ' , являющееся решением уравнения

$$\frac{1}{2m}(-i\vec{D}')^2\psi' = iD'_0\psi' , \quad (2.6)$$

описывать ту же физику? Ответ на этот вопрос отрицательный. Однако мы можем восстановить инвариантность теории, если произведем фазовое преобразование полей материи

$$\psi' = \exp(iq\chi)\psi \quad (2.7)$$

с той же самой функцией $\chi = \chi(\vec{x}, t)$, которая входит в выражение (2.3). Производная от поля ψ' преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{D}'\psi' &= [\vec{\nabla} - iq(\vec{A} + \vec{\nabla}\chi)]\exp(iq\chi)\psi = \\ &= \exp(iq\chi)(\vec{\nabla}\psi) + iq(\vec{\nabla}\chi)\exp(iq\chi)\psi - \\ &\quad - iq\vec{A}\exp(iq\chi)\psi - iq(\vec{\nabla}\chi)\exp(iq\chi)\psi = \exp(iq\chi)\vec{D}\psi . \end{aligned} \quad (2.8)$$

Аналогично, для D_0 получаем

$$D'_0\psi' = \exp(iq\chi)D_0\psi . \quad (2.9)$$

Заметим, что поле ψ' (2.7) и его производные $\vec{D}'\psi'$ (2.8) и $D'_0\psi'$ (2.9) преобразуются одинаковым образом: они приобретают одинаковый фазовый множитель.

Тогда уравнение Шредингера (2.5) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m}(-i\vec{D}')^2\psi' &= \frac{1}{2m}(-i\vec{D}')(-i\vec{D}'\psi') = \\ &= \frac{1}{2m}(-i\vec{D}')[-i\exp(iq\chi)\vec{D}\psi] = \\ &= \exp(iq\chi)\frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi = \exp(iq\chi)(iD_0)\psi = iD'_0\psi' . \end{aligned} \quad (2.10)$$

Теперь уже ψ и ψ' описывают одну и ту же физику, поскольку

$$|\psi|^2 = |\psi'|^2 .$$

Чтобы получить инвариантность всех наблюдаемых, нужно сделать следующие подстановки:

$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{D}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow D_0. \quad (2.11)$$

Например, ток

$$\vec{J} \sim \psi^* (\vec{\nabla} \psi) - (\vec{\nabla} \psi)^* \psi \quad (2.12)$$

при подстановке (2.11) становится калибровочно-инвариантным:

$$\psi'^* (\vec{D}' \psi') = \psi^* \exp(-iq\chi) \exp(iq\chi) (\vec{D} \psi) = \psi^* (\vec{D} \psi). \quad (2.13)$$

После того как мы ввели калибровочно-инвариантное описание движения частицы в электромагнитном поле, зададимся вопросом: нельзя ли обратить аргументы? Иначе говоря, если потребовать, чтобы теория была инвариантной относительно фазовых преобразований, зависящих от пространственно-временной точки, то не подразумевает ли это определенную форму взаимодействия с калибровочным полем? Для ответа на этот вопрос рассмотрим свободный дираковский лагранжиан

$$L_\psi = \bar{\psi} (i\bar{\partial} - m) \psi, \quad (2.14)$$

где $\bar{\partial} \equiv \partial_\mu \gamma^\mu$, который неинвариантен относительно локального калибровочного преобразования

$$\psi \rightarrow \psi' = \exp(-i\alpha(x)) \psi. \quad (2.15)$$

Действительно,

$$L_\psi \rightarrow L'_\psi = L_\psi + \bar{\psi} \gamma_\mu \psi (\partial^\mu \alpha). \quad (2.16)$$

Однако если ввести «минимальным образом» калибровочное поле A_μ :

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu \quad (2.17)$$

и одновременно потребовать, чтобы A_μ преобразовывалось следующим образом:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha, \quad (2.18)$$

то лагранжиан

$$\begin{aligned} L_\psi \rightarrow L'_\psi &= \bar{\psi}' \left[(i\bar{\partial} - e\hat{A}') - m \right] \psi' = \bar{\psi} \exp(i\alpha) \times \\ &\times \left[i\bar{\partial} - e \left(\hat{A} + \frac{1}{e} \bar{\partial} \alpha \right) - m \right] \exp(-i\alpha) \psi = L_\psi - e\bar{\psi} \gamma_\mu \psi A^\mu. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Таким образом, связь между ψ (электроном) и калибровочным полем A_μ (фотоном) возникает вполне естественно, если потребовать в свободном фермионном лагранжиане инвариантности относительно локальных калибровочных преобразований слагаемых, соответствующих кинетической энергии.

Поскольку электромагнитный тензор

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.20)$$

инвариантен относительно калибровочного преобразования (2.18), то лагранжиан свободного калибровочного поля

$$L_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (2.21)$$

Этот лагранжиан, дополненный (2.19), используется в квантовой электродинамике.

Важно заметить, что гипотетический массовый член для калибровочного поля

$$L_A^m = -\frac{1}{2} A_\mu A^\mu \quad (2.22)$$

неинвариантен относительно преобразования (2.18). Следовательно, для калибровочно-инвариантного описания массивных некторных бозонов нужен специальный механизм, который бы не нарушал калибровочную симметрию и сохранял перенормируемость теории.

Калибровочная инвариантность для неабелевых групп симметрии

В 1932 г. Гейзенберг предположил: если пренебречь электромагнитным взаимодействием, то в сильных взаимодействиях протон и нейtron можно рассматривать как вырожденные состояния одной частицы – нуклона. Поэтому любые комбинации их волновой функции должны быть эквивалентными:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} \rightarrow \psi' = U\psi, \quad (2.23)$$

где U – унитарное преобразование ($UU^+ = U^+U = 1$), сохраняющее нормировку.

Если при этом $\det|U|=1$, то преобразование относится к группе Ли $SU(2)$:

$$U = \exp\left(-i \frac{\tau^a}{2} \alpha_a\right) \approx 1 - i \frac{\tau^a}{2} \alpha_a, \quad (2.24)$$

где τ^a , $a=1,2,3$ – матрицы Паули.

В 1954 г. Янг и Миллс ввели в квантовую теорию поля идею локальной калибровочной изотопической инвариантности. Различие между протоном и нейтроном весьма условно. Однако если в одной пространственно-временной точке мы выбрали, какое состояние считать протоном, а какое нейтроном, то мы уже не свободны в своем выборе в других точках. Таким образом, калибровочные параметры зависят от пространственно-временных точек: $\alpha_a \rightarrow \alpha_a(x)$.

В 1956 г. эта идея была распространена на любую неабелеву группу G с генераторами t_a , удовлетворяющими алгебре Ли:

$$[t_a, t_b] = iC_{abc}t_c, \quad (2.25)$$

где C_{abc} – структурные константы группы.

Лагранжиан L_ψ должен быть инвариантным относительно преобразований полей материи:

$$\psi \rightarrow \psi' = \Omega \psi, \quad (2.26)$$

где

$$\Omega \equiv \exp\left[-iT^a \alpha_a(x)\right], \quad (2.27)$$

а T^a – некоторое представление генераторов группы G .

Введя по одному калибровочному полю на каждый генератор, определим ковариантную производную

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - igT^a A_\mu^a. \quad (2.28)$$

Поскольку ковариантная производная преобразуется точно так же, как поля материи: $D_\mu \psi \rightarrow \Omega(D_\mu \psi)$, то это подразумевает инвариантность относительно неабелевых калибровочных преобразований всех членов в лагранжиане, содержащих поля и их градиенты, если калибровочное преобразование имеет вид:

$$T^a A_\mu^a \rightarrow \Omega \left(T^a A_\mu^a + \frac{i}{g} \partial_\mu \right) \Omega^{-1}. \quad (2.29)$$

Или в инфинитезимальной форме для $\Omega \approx 1 - iT^a \alpha_a(x)$:

$$A'_\mu^a = A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a + C_{abc} \alpha^b A_\mu^c. \quad (2.30)$$

Осталось обобщить тензор (20) на неабелевы группы:

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g C_{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.31)$$

преобразующийся при калибровочных преобразованиях следующим образом:

$$F'_{\mu\nu}^a \rightarrow F_{\mu\nu}^a + C_{abc} \alpha^b F_{\mu\nu}^c. \quad (2.32)$$

Тогда инвариантный кинетический член для калибровочных бозонов:

$$L_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.33)$$

инвариантен относительно локальных калибровочных преобразований.

Однако массовый член для калибровочных бозонов типа

$$\begin{aligned} A_\mu^a A^{a\mu} &\rightarrow \left(A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a + C_{abc} \alpha^b A_\mu^c \right) \times \\ &\times \left(A^{a\mu} - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a + C_{ade} \alpha^d A^{e\mu} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

не является калибровочно-инвариантным. Поскольку

$$F \sim (\partial A - \partial A) + g A A, \quad (2.35)$$

то в отличие от абелева случая калибровочные поля имеют тройные и четверные связи:

$$L_A \sim (\partial A - \partial A)^2 + g (\partial A - \partial A) A A + \begin{matrix} g^2 A A A A \\ \text{пропагатор} \quad \text{тройная связь} \quad \text{четверная связь} \end{matrix} \quad (2.36)$$

Таким образом, мы не можем в этой схеме ввести калибровочно-инвариантным способом массы калибровочных бозонов. Нужно определить новый механизм формирования их массы, к обсуждению которого мы сейчас приступим.

2.3. Спонтанное нарушение симметрии

Точные симметрии приводят к точным законам сохранения. В этом случае лагранжиан и вакуум (основное состояние) теории инвариантны относительно одной и той же группы симметрии. Однако некоторые законы сохранения (например, изоспина, странности) не являются точными. Эта ситуация описывается добавлением к инвариантному лагранжиану (L_{sym}) члена, нарушающего эту симметрию:

$$L = L_{\text{sym}} + \varepsilon L_{\text{sb}}. \quad (2.37)$$

Однако возможна ситуация, когда лагранжиан и вакуум имеют разные группы симметрии. Классический пример – ферромагнетик с лагранжианом, описывающим спин-спиновые взаимодействия, которые инвариантны относительно трехмерным вращений. Для температур $T > T_C$ – температуры Кюри, спиновая система полностью разупорядочена (парамагнитная фаза). В этом случае вакуум, как и лагранжиан, $SO(3)$ -инвариантен (рис. 2.1, а).

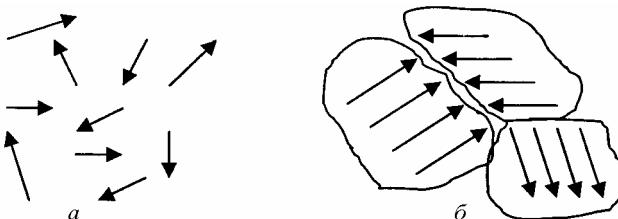


Рис. 2.1. Намагниченность ферромагнетика

Однако для температур $T < T_C$ (в ферромагнитной фазе) происходит спонтанное намагничивание системы, возникают домены с выстроеннымами спинами (рис. 2.1, б). В этом случае вакуум уже не-инвариантен относительно вращений из группы $SO(3)$.

Если группа симметрии лагранжиана (взаимодействий) отличается от группы симметрии основного состояния (вакуума), то говорят о спонтанном нарушении симметрии.

Рассмотрим более подробно это явление на нескольких примерах.

1. Скалярное самовзаимодействующее вещественное поле с лагранжианом

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (2.38)$$

с потенциалом

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4. \quad (2.39)$$

Гиббсовская плотность энергии в теории фазового перехода в ферромагнетике аналогична V , а поле ϕ играет роль средней спонтанной намагниченности M . Лагранжиан (2.38) инвариантен относительно дискретного преобразования

$$\phi \rightarrow -\phi. \quad (2.40)$$

Инвариантен ли вакуум относительно этого преобразования? Вакуумное состояние (ϕ_0) можно получить из гамильтониана

$$H = \frac{1}{2} ((\partial_0 \phi)^2 + (\nabla \phi)^2) + V(\phi). \quad (2.41)$$

Заметим, что $\phi_0 = \text{const}$ соответствует минимуму $V(\phi)$ и энергии

$$\phi_0 (\mu^2 + \lambda \phi_0^2) = 0. \quad (2.42)$$

Поскольку для ограниченности H величина λ должна быть положительной, то минимум зависит от знака μ . Для $\mu^2 > 0$ имеется только один вакуум при $\phi_0 = 0$, и он инвариантен относительно преобразования (2.40) (рис. 2.2, *a*). Однако для $\mu^2 < 0$ имеются два вакуумных состояния $\phi_0^\pm = \pm \sqrt{-\mu^2 / \lambda}$ (рис. 2.2, *б*).

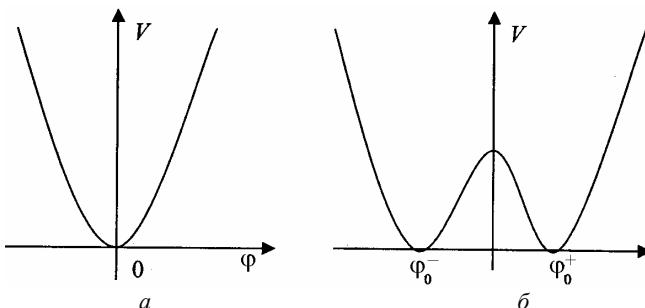


Рис. 2.2. Зависимости потенциала от поля ϕ

Так как лагранжиан инвариантен относительно (2.40), выбор между ϕ_0^+ и ϕ_0^- несуществен. Но если выбор сделан (например,

$v = \phi_0^+$), то симметрия спонтанно нарушена, так как L инвариантен относительно (2.40), а вакуум – неинвариантен.

Определим новое поле ϕ' , сдвинув «старое» поле на величину $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$:

$$\phi' = \phi - v. \quad (2.43)$$

Тогда вакуумное состояние для нового поля $\phi'_0 = 0$, и можно рассматривать малые осцилляции относительно вакуума. Перепишем лагранжиан в виде:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi' \partial^\mu \phi' - \frac{1}{2} \left(\sqrt{-2\mu^2} \right)^2 \phi'^2 - \lambda v \phi'^3 - \frac{1}{4} \lambda \phi'^4. \quad (2.44)$$

Этот лагранжиан описывает скалярное поле ϕ' с вещественной положительной массой $m_{\phi'} = \sqrt{-2\mu^2}$, но из-за наличия слагаемого ϕ'^3 – с другой симметрией.

2. Интересные явления возникают при спонтанном нарушении непрерывной симметрии. Рассмотрим следующий пример – заряженное самовзаимодействующее скалярное поле с лагранжианом:

$$L = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi) \quad (2.45)$$

с потенциалом

$$V(\phi^* \phi) = \mu^2 (\phi^* \phi) + \lambda (\phi^* \phi)^2. \quad (2.46)$$

Лагранжиан (2.45) инвариантен относительно глобального фазового преобразования

$$\phi \rightarrow \exp(-i\theta)\phi. \quad (2.47)$$

Если переписать комплексное поле в терминах двух вещественных полей:

$$\phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.48)$$

то лагранжиан (2.45) будет иметь вид:

$$L = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 \right) - V(\phi_1, \phi_2). \quad (2.49)$$

Этот лагранжиан инвариантен относительно $SO(2)$ вращений

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (2.50)$$

Для $\mu^2 > 0$ вакуумное состояние будет при $\phi_1 = \phi_2 = 0$, и для малых осцилляций:

$$L = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_i - \mu^2 \phi_i^2 \right). \quad (2.51)$$

Как видно из (2.51), имеется два скалярных поля ϕ_1 и ϕ_2 с массой $m^2 = \mu^2 > 0$.

При $\mu^2 < 0$ существует континуум различных вакуумов при

$$\langle |\phi|^2 \rangle = \frac{\langle \phi_1 \rangle^2 + \langle \phi_2 \rangle^2}{2} = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2}. \quad (2.52)$$

Эти вакуумы инвариантны относительно $SO(2)$. Симметрия же при выборе одного из вакуумов оказывается спонтанно нарушенной. Выберем, например, конфигурацию

$$\begin{aligned} \phi_1 &= v \\ \phi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Новые поля, учитывающие малые флуктуации:

$$\begin{aligned} \phi'_1 &= \phi_1 - v \\ \phi'_2 &= \phi_2. \end{aligned} \quad (2.54)$$

В терминах новых полей лагранжиан (2.49) принимает вид

$$\begin{aligned} L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_1 \partial^\mu \phi'_1 - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \phi'^2_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_2 \partial^\mu \phi'_2 + \\ + \text{слагаемые со взаимодействием.} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Определим теперь спектр состояний скалярного поля ϕ'_1 с вещественной положительной массой и скалярного безмассового поля ϕ'_2 .

Для этого рассмотрим массовую матрицу

$$M_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2 V(\phi'_1, \phi'_2)}{\partial \phi'_i \partial \phi'_j} \right|_{\phi'=\phi'_0}. \quad (2.56)$$

Вторая производная $V(\phi'_1, \phi'_2)$ в направлении ϕ'_2 соответствует нулевому собственному значению массовой матрицы, а в направлении ϕ'_1 производная положительна.

2.4. Теорема Голдстоуна

Пример, рассмотренный выше, связан с теоремой Голдстоуна: если точная непрерывная глобальная симметрия нарушена, то теория содержит по одной безмассовой скалярной частице на каждый нарушенный генератор первоначальной группы симметрии.

Докажем эту теорему.

Пусть лагранжиан содержит N_G вещественных скалярных полей ϕ_i , образующих N_G -мерный вектор Φ :

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi) (\partial^\mu \Phi) - V(\Phi). \quad (2.57)$$

Предположим, что G – непрерывная группа симметрии лагранжиана, а вектор Φ преобразуется следующим образом:

$$\delta\Phi = -i\alpha^a T^a \Phi, \quad \delta\phi_i = -i\alpha^a (T^a)_{ij} \phi_j. \quad (2.58)$$

Поскольку потенциал инвариантен относительно группы G , то вариация

$$\delta V(\Phi) = \frac{\partial V(\Phi)}{\partial \phi_i} \delta\phi_i = -i \frac{\partial V(\Phi)}{\partial \phi_i} \alpha^a (T^a)_{ij} \phi_j = 0. \quad (2.59)$$

Из-за произвольности калибровочных параметров α^a получаем N_G уравнений

$$\frac{\partial V(\Phi)}{\partial \phi_i} (T^a)_{ij} \phi_j = 0 \quad (2.60)$$

для всех $a = 1, \dots, N_G$. Вычисляем вторую производную от (2.60):

$$\frac{\partial^2 V(\Phi)}{\partial \phi_k \partial \phi_i} (T^a)_{ij} \phi_j + \frac{\partial V(\Phi)}{\partial \phi_i} (T^a)_{ik} = 0. \quad (2.61)$$

Вакуумное состояние $\Phi = \Phi_0$ минимизирует потенциал

$$\left. \frac{\partial^2 V(\Phi)}{\partial \phi_k \partial \phi_i} \right|_{\Phi=\Phi_0} \phi_j^0 = 0, \quad (2.62)$$

или в терминах массовой матрицы

$$M_{ki}^2 (T^a)_{ij} \phi_j^0 = 0. \quad (2.63)$$

Если после выбора вакуума подгруппа g группы G с размерностью n_g остается группой симметрии вакуума, то для каждого генератора подгруппы g :

$$\left(T^a\right)_{ij} \phi_j^0 = 0, \text{ для } a = 1, \dots, n_g \leq N_G. \quad (2.64)$$

Для $(N_G - n_g)$ генераторов нарушенной симметрии

$$\left(T^a\right)_{ij} \phi_j^0 \neq 0, \text{ для } a = n_g + 1, \dots, N_G. \quad (2.65)$$

Таким образом, из (2.63) получаем, что существует $(N_G - n_g)$ нулевых собственных значений массовой матрицы – безмассовых голдстоуновских бозонов.

2.5. Механизм Хиггса

Теорема Голдстоуна предполагает наличие безмассовых скалярных частиц, однако в экспериментах таких частиц не обнаружено. В 1964 г. Саламом и Вайнбергом было показано, что в теории поля со спонтанно нарушенной симметрией голдстоуновские бозоны не появляются в физическом секторе. Согласно механизму Хиггса, они необходимы для формирования масс калибровочных бозонов. Для этого нужно потребовать, чтобы лагранжиан, испытывающий спонтанное нарушение симметрии, обладал инвариантностью относительно локальных калибровочных преобразований. Эта особенность «весьма кстати» для калибровочной теории электрослабых взаимодействий, в которой короткодействующий характер взаимодействий требует массивной обменной частицы. Чтобы понять, как исчезают голдстоуновские бозоны, а калибровочные бозоны приобретают массу, рассмотрим сначала частный случай механизма Хиггса.

Абелевый механизм Хиггса

Для лагранжиана (2.45) с потенциалом (2.46) потребуем инвариантность относительно локального фазового преобразования

$$\phi \rightarrow \exp[iq\alpha(x)]\phi. \quad (2.66)$$

Чтобы обеспечить инвариантность лагранжиана относительно преобразований (2.66), введем калибровочный бозон (A_μ) и ковариантную производную (D_μ):

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu, \quad (2.67)$$

причем

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu - \partial_\mu \alpha(x). \quad (2.68)$$

При $\mu^2 < 0$ происходит спонтанное нарушение симметрии с вакуумным состоянием (2.52). Введем новое поле ϕ' , описывающее малые колебания вблизи вакуума:

$$\phi = \exp\left(i \frac{\Phi'_2}{v}\right) \frac{\phi'_1 + v}{\sqrt{2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi'_1 + v + i\Phi'_2) = \phi' + \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (2.69)$$

В терминах ϕ' лагранжиан (2.45) имеет следующий вид

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_1 \partial^\mu \phi'_1 - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \phi'^2_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_2 \partial^\mu \phi'_2 + \\ & + \{\text{взаимодействие}\} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{qv^2}{2} A_\mu A^\mu + qv A_\mu \partial^\mu \phi'_2. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Этот лагранжиан содержит скалярное поле ϕ'_1 с массой $m_{\phi'_1} = \sqrt{-2\mu^2}$, безмассовый скалярный бозон ϕ'_2 (голдстоуновский бозон) и массивный векторный бозон A_μ с массой $m_A = qv$.

Однако присутствие последнего слагаемого в (2.70), содержащего $A_\mu \partial^\mu \phi'_2$, весьма неудобно, поскольку оно смешивает пропагаторы A_μ и ϕ'_2 . Чтобы исключить это слагаемое, выберем калибровочный параметр в (2.66) следующим образом:

$$\alpha(x) = -\frac{1}{qv} \phi'_2(x). \quad (2.71)$$

Тогда поле ϕ в (2.69) принимает вид:

$$\phi = \exp\left[iq\left(-\frac{\Phi'_2}{v}\right)\right] \exp\left[i \frac{\Phi'_2}{v}\right] \frac{\phi'_1 + v}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi'_1 + v). \quad (2.72)$$

В такой калибровке (она называется унитарной калибровкой) голдстоуновский бозон исчезает, и мы получаем лагранжиан

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_1 \partial^\mu \phi'_1 - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \phi'^2_1 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{qv^2}{2} A'_\mu A'^\mu + \frac{1}{2} q^2 (\phi'_1 + 2v) A'_\mu A'^\mu - \frac{\lambda}{4} \phi'^3_1 (\phi'_1 + 4v). \quad (2.73)$$

Куда девался голдстоуновский бозон ϕ'_2 ? Чтобы ответить на этот вопрос, определим полное число степеней свободы лагранжианов (2.45) и (2.73).

Лагранжиан (2.45)		Лагранжиан (2.73)	
$\phi^{(*)}$ – заряженный скаляр:	2	ϕ'_1 – нейтральный скаляр:	1
A_μ – безмассовый вектор:	2	A'_μ – массивный вектор:	3
Итого:	4	Итого:	4

Таким образом, голдстоуновский бозон «поглощается» векторным бозоном, приобретающим массу. Голдстоуновский бозон формирует продольную компоненту векторного бозона.

Неабелевый механизм Хиггса

Эти результаты можно обобщить на неабелеву группу G размерности N_G с генераторами T^a . Для этого введем N_G калибровочных бозонов и перейдем к ковариантной производной:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu - ig T^a B_\mu^a. \quad (2.74)$$

Как мы обсуждали в разделе 2.4, после спонтанного нарушения симметрии подгруппа G' размерности n_g остается группой симметрии вакуум, т.е.

$$T_{ij}^a \Phi_j^a = 0, \quad a=1, \dots, n_g. \quad (2.75)$$

При этом возникает $(N_G - n_g)$ безмассовых голдстоуновских бозонов. Аналогично (2.72), параметризуем исходное скалярное поле

$$\Phi = (\tilde{\Phi} + v) \exp \left(i \frac{\Phi_{NG}^a T^a}{v} \right), \quad (2.76)$$

где T^a – $(N_G - n_g)$ нарушенных генераторов, которые не обладают свойством $T_{ij}^a \Phi_j^a = 0$, $a = 1, \dots, N_G - n_g$. Далее нужно выбрать калиб-

ровочный параметр таким образом, чтобы исключить ϕ_{NG}^a . В результате получим $(N_G - n_g)$ массивных калибровочных бозонов. Баланс числа степеней свободы для неабелева случая:

До спонтанного нарушения	После спонтанного нарушения
ϕ – безмассовый скаляр: N_ϕ	$\tilde{\phi}$ – нейтральный скаляр: $N_\phi - (N_G - n_g)$
B_μ^a – безмассовый вектор:	\tilde{B}_μ^a – массивный вектор: $3(N_G - n_g)$
$2N_G$	B_μ^a – безмассовый вектор: $2n_g$
Итого: $N_\phi + 2N_G$	Итого: $N_\phi + 2N_G$

Владея этим «инструментарием», приступим к построению электрослабой модели элементарных частиц.

3. ЭЛЕКТРОСЛАБАЯ МОДЕЛЬ

3.1. Введение

В соответствии с результатами, полученными в разделе 2, можно сформулировать следующие принципы построения калибровочных теорий.

1. Выбрать калибровочную группу с N_G генераторами.
2. Добавить N_G векторных полей (калибровочных бозонов) в определенном представлении калибровочной группы.
3. Выбрать представление (обычно фундаментальное представление) для полей материи – элементарных частиц.
4. Определить ковариантную производную и записать наиболее общий перенормируемый лагранжиан, инвариантный относительно группы G и содержащий все поля.
5. Сдвинуть скалярные поля таким образом, чтобы минимум потенциала соответствовал ненулевому вакуумному среднему.
6. Проверить перенормируемость полученного лагранжиана и с помощью этого лагранжиана получить экспериментальные предсказания.
7. Сравнить с экспериментальными данными. В случае расхождений между теорией и экспериментом вернуться к пункту 1.

Прежде чем обратиться к построению электрослабой модели, напомним некоторые свойства фермионных спиральных состояний.

3.2. Правые и левые фермионы

Как известно, при высоких энергиях ($E \gg m$) дираковские спиноры

$$u(p, s) \text{ и } v(p, s) \equiv C\bar{u}^T(p, s) = i\gamma_2 u^*(p, s) \quad (3.1)$$

являются собственными состояниями матрицы γ_5 . Действительно,

$$\gamma_5 \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_5 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Спиральные состояния $+1/2$ (правые, R) и $-1/2$ (левые, L) определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} u_{R,L} &= \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)u; \\ v_{R,L} &= \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)v. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Удобно ввести проекционные операторы на состояния с определенной спиральностью

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5); \quad R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5), \quad (3.4)$$

которые обладают следующими свойствами:

$$\begin{aligned} L + R &= 1; \\ LR &= RL = 1; \\ L^2 &= L, \quad R^2 = R. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Для сопряженных спиноров

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_L &= (L\Psi)^+ \gamma_0 = \Psi^+ L^+ \gamma_0 = \Psi^+ \gamma_0 R = \bar{\Psi} R; \\ \bar{\Psi}_R &= \bar{\Psi} L. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Следует сделать несколько замечаний, необходимых для построения электрослабой модели. Во-первых, фермионный массовый член в лагранжиане будет смешивать правые и левые компоненты фермионов:

$$\bar{\Psi}\Psi = \bar{\Psi}_R \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_R. \quad (3.7)$$

С другой стороны, электромагнитный (векторный) ток не смешивает эти компоненты:

$$\bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi = \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \Psi_L + \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_R. \quad (3.8)$$

Наконец, (V-A) фермионный слабый ток в терминах спиральных состояний

$$\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_L = \bar{\Psi} R \gamma^\mu L \Psi = \bar{\Psi} \gamma^\mu L^2 \Psi = \bar{\Psi} \gamma^\mu L \Psi = \frac{1}{2} \bar{\Psi} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi, \quad (3.9)$$

т.е. в заряженных слабых взаимодействиях фермионы участвуют своими левыми компонентами.

3.3. Выбор калибровочной группы

Какая калибровочная группа могла бы объединить электромагнитные и слабые взаимодействия? Начнем с обсуждения заряженных слабых токов лептонов. Поскольку электронные и мюонные лептонные квантовые числа сохраняются по отдельности, то лептоны $l(e, \mu, \tau)$ должны принадлежать отдельным представлениям калибровочной группы.

С помощью соотношения

$$\gamma_\mu (1 - \gamma_5) = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \gamma_\mu (1 - \gamma_5)$$

и (3.9) получаем для слабого лептонного тока:

$$J_\mu^+ = \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v = 2 \bar{e}_L \gamma_\mu v_L. \quad (3.10)$$

Введем левый изоспиновый дублет ($T=1/2$)

$$L = \begin{pmatrix} v \\ l \end{pmatrix}_L \equiv \begin{pmatrix} v_L \\ l_L \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

где $T_3 = +1/2$ и $T_3 = -1/2$ соответствуют левым компонентам нейтрино и заряженного лептона. Если считать нейтрино безмассовыми (возможные массовые члены для нейтрино обсуждаются ниже), то правые компоненты нейтрино отсутствуют, и правая компонента заряженного лептона образует слабый изоспиновый синглет ($T=0$):

$$R = R l = l_R. \quad (3.12)$$

При этом заряженный слабый ток (3.10) можно записать в терминах лептонных изоспиновых токов:

$$J_\mu^i = \bar{L} \gamma_\mu \frac{\tau^i}{2} L, \quad (3.13)$$

где τ^i – матрицы Паули. В явном виде

$$J_\mu^1 = \frac{1}{2} (\bar{v}_L \quad \bar{l}_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_L \\ l_L \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (\bar{l}_L \gamma_\mu v_L + \bar{v}_L \gamma_\mu l_L), \quad (3.14)$$

$$J_\mu^2 = \frac{1}{2} (\bar{v}_L \quad \bar{l}_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_L \\ l_L \end{pmatrix} = \frac{i}{2} (\bar{l}_L \gamma_\mu v_L - \bar{v}_L \gamma_\mu l_L), \quad (3.15)$$

$$J_\mu^3 = \frac{1}{2} (\bar{v}_L \quad \bar{l}_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_L \\ l_L \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (\bar{v}_L \gamma_\mu v_L - \bar{l}_L \gamma_\mu l_L). \quad (3.16)$$

Таким образом, слабый заряженный ток (3.10), связанный с промежуточным векторным бозоном W_μ^- , можно переписать через J^1 и J^2 :

$$J_\mu^+ = 2(J_\mu^1 - iJ_\mu^2). \quad (3.17)$$

Чтобы учесть третий (нейтральный) ток J^3 , определим гиперзарядный ток

$$J_\mu^Y \equiv -(\bar{L} \gamma_\mu L + 2\bar{R} \gamma_\mu R) = -(\bar{v}_L \gamma_\mu v_L + \bar{l}_L \gamma_\mu l_L + 2\bar{l}_R \gamma_\mu l_R). \quad (3.18)$$

Тогда электромагнитный ток

$$J_\mu^{\text{em}} = -\bar{l} \gamma_\mu l = -(\bar{l}_L \gamma_\mu l_L + \bar{l}_R \gamma_\mu l_R) = J_\mu^3 + \frac{1}{2} J_\mu^Y. \quad (3.19)$$

Заметим, что ни T_3 , ни Q не коммутируют с $T_{1,2}$. Однако «заряды», связанные с токами J^i и J^Y :

$$\begin{aligned} T^i &= \int d^3x J_0^i, \\ Y &= \int d^3x J_0^Y \end{aligned} \quad (3.20)$$

удовлетворяют алгебре группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$ – прямого произведения групп $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$:

$$\begin{aligned} [T^i, T^j] &= i\epsilon_i^{ijk} T^k \\ [T^i, Y] &= 0, \end{aligned} \quad (3.21)$$

а также известному соотношению Гелл-Манна–Нишиджимы, связывающему электрический заряд (Q), третьему компоненту изоспина и гиперзаряд:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \quad (3.22)$$

Следуя соотношению (3.22), можно определить слабый гиперзаряд дублета ($Y_L = -1$) и фермионного синглета ($Y_R = -2$).

Теперь мы можем последовать рецепту построения калибровочной теории, сформулированному в начале раздела 2.

Выбираем в качестве кандидата на калибровочную группу электрослабых взаимодействий группу $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Далее вводим калибровочные поля, соответствующие каждому генератору калибровочной группы:

$$\begin{aligned} SU(2)_L &\rightarrow W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3 \\ U(1)_Y &\rightarrow B_\mu. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Тензоры (2.20), (2.31) для калибровочных полей имеют вид:

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &\equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \\ B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \end{aligned} \quad (3.24)$$

поэтому часть свободного лагранжиана теории, относящаяся к калибровочным полям:

$$L_{\text{калибр}} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (3.25)$$

Для лептонов свободный лагранжиан с помощью определений (3.11) и (3.12) приобретает вид

$$L_{\text{лепт}} = \bar{R} i \bar{\partial} R + \bar{L} i \bar{\partial} L = \bar{l}_R i \bar{\partial} l_R + \bar{l}_L i \bar{\partial} l_L + \bar{\nu}_L i \bar{\partial} \nu_L = \bar{l} i \bar{\partial} l + \bar{\nu} i \bar{\partial} \nu \quad (3.26)$$

Напомним, что массовый член (3.7) для фермионов смешивает правые и левые компоненты фермионов и нарушает калибровочную инвариантность.

Следующий шаг – введение связи между фермионом и калибровочным бозоном посредством ковариантной производной:

$$\begin{aligned} L: \partial_\mu + i \frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i + i \frac{g'}{2} Y B_\mu, \\ R: \partial_\mu + i \frac{g}{2} Y B_\mu, \end{aligned} \quad (3.27)$$

где g и g' – константы связи, ассоциированные с группами $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$, причем

$$Y_{L_l} = -1, \quad Y_{R_l} = -2. \quad (3.28)$$

Тогда лептонный лагранжиан (3.26) принимает вид

$$L_{\text{лент}} \rightarrow L_{\text{лент}} + \bar{L}i\gamma^\mu \left(i \frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i + i \frac{g'}{2} Y B_\mu \right) L + \bar{R}i\gamma^\mu \left(i \frac{g'}{2} Y B_\mu \right) R. \quad (3.29)$$

Если выбрать только «левую» часть (3.29) в виде

$$L_{\text{лент}}^L = -g\bar{L}\gamma^\mu \left(\frac{\tau^1}{2} W_\mu^1 + \frac{\tau^2}{2} W_\mu^2 \right) L - g\bar{L}\gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} L W_\mu^3 + \frac{g'}{2} Y \bar{L}\gamma^\mu L B_\mu, \quad (3.30)$$

то первое слагаемое в (3.30) – заряженная часть, которую можно переписать в виде

$$L_{\text{лент}}^{L(\pm)} = -g\bar{L}\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & 0 \end{pmatrix} L. \quad (3.31)$$

Если определить состояния заряженных калибровочных бозонов

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (3.32)$$

то лагранжиан (3.31) имеет вид

$$L_{\text{лент}}^{L(\pm)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left[\bar{v}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) l W_\mu^+ + \bar{l}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) v W_\mu^- \right] \quad (3.33)$$

воспроизводит ($V-A$) структуру слабых заряженных токов. Если сравнить лагранжиан (3.33) с фермиевским лагранжианом и лагранжианом теории IVB

$$L_{\text{weak}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[J^\alpha(l) J_\alpha(l') + \text{e.c.} \right], \quad (3.34)$$

$$L_{\text{weak}}^W = G_W \left(J^\alpha W_\alpha^+ + J^{\alpha+} W_\alpha^- \right),$$

где

$$J^\alpha(l) = \bar{\Psi}_{v_l} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \Psi_l, \quad (3.35)$$

то для $G_W^2 = \frac{m_W^2 G_F}{\sqrt{2}}$ получим

$$\frac{g}{2\sqrt{2}} = \left(\frac{m_W^2 G_F}{\sqrt{2}} \right)^{1/2}. \quad (3.36)$$

Обратимся теперь к нейтральной части лагранжиана (3.29), содержащей как левые, так и правые компоненты

$$\begin{aligned} L_{\text{лент}}^{(L+R)(0)} &= -g\bar{L}\gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} LW_\mu^3 - \frac{g'}{2} (\bar{L}\gamma^\mu YL + \bar{R}\gamma^\mu YR) B_\mu = \\ &= -gJ_3^\mu W_\mu^3 - \frac{g'}{2} J_Y^\mu B_\mu, \end{aligned} \quad (3.37)$$

где токи J_3 и J_Y :

$$\begin{aligned} J_3^\mu &= \frac{1}{2} (\bar{v}_L \gamma^\mu v_L - \bar{l}_L \gamma^\mu l_L), \\ J_Y^\mu &= -(\bar{v}_L \gamma^\mu v_L + \bar{l}_L \gamma^\mu l_L + 2\bar{l}_R \gamma^\mu l_R). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Заметим, что токи удовлетворяют соотношению Гелл-Манна–Нишиджими:

$$J_{\text{эм}} = J_3 + \frac{J_Y}{2}. \quad (3.39)$$

Чтобы получить правильную комбинацию полей, связанных с электромагнитным током, проведем вращение нейтральных полей, определив новые поля A и Z :

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (3.40)$$

При этом

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= \sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu, \\ B_\mu &= \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu, \end{aligned} \quad (3.41)$$

где θ_W – угол Вайнберга, а соотношения между константами связи относительно групп $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$ имеют вид:

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}; \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (3.42)$$

В терминах новых полей нейтральная часть фермионного лагранжиана (3.37)

$$\begin{aligned}
L_{\text{лент}}^{(L+R)(0)} = & - \left(g \sin \theta_W J_3^\mu + \frac{g'}{2} \cos \theta_W J_Y^\mu \right) A_\mu + \\
& + \left(-g \cos \theta_W J_3^\mu + \frac{g'}{2} \sin \theta_W J_Y^\mu \right) Z_\mu = \\
= & -g \sin \theta_W (\bar{l} \gamma^\mu l) A_\mu - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_{i=v,l} \bar{\Psi}_i \gamma^\mu (g_V^i - g_A^i \gamma_5) \Psi_i Z_\mu.
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Отсюда легко получить электромагнитный ток, связанный с фотонным полем A_μ , если отождествить

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W. \tag{3.44}$$

Таким образом, в электрослабой модели имеются слабые взаимодействия без изменения заряда (слабые нейтральные токи), и мы можем предсказать, что для векторных (V) и аксиальных (A) связей Z -бозона с фермионами:

$$\begin{aligned}
g_V^i &= T_3^i - 2Q_i \sin^2 \theta_W, \\
g_A^i &= T_3^i.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Важно подчеркнуть, что экспериментально слабые нейтральные токи были обнаружены в ЦЕРНе в 1973 г. спустя пять лет после их теоретического предсказания.

Итак, какие состояния мы имеем в теории? Четыре безмассовых калибровочных поля W_μ^i, B_μ (или W_μ^\pm, Z_μ и A_μ), а также два безмассовых фермиона v, l .

Далее, следуя рецепту построения калибровочной теории, для спонтанного нарушения симметрии надо добавить скалярные поля и «запустить» механизма Хиггса, придающий массы калибровочным бозонам (за исключением фотона, который должен остаться безмассовым).

3.4. Механизм Хиггса и массы W и Z

Для генерации масс W и Z введем скалярный дублет

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \tag{3.46}$$

Как видно из соотношения (3.22), гиперзаряд хиггсовского дублета $Y=1$. Определим лагранжиан скалярных полей

$$L_{\text{скаляр}} = \partial_\mu \phi^+ \partial^\mu \phi - V(\phi^+ \phi), \quad (3.47)$$

где потенциал

$$V(\phi^+ \phi) = \mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2. \quad (3.48)$$

Чтобы обеспечить калибровочную инвариантность относительно группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$, нужно ввести ковариантную производную

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i + i \frac{g'}{2} Y B_\mu. \quad (3.49)$$

Вакуумное среднее хиггсовского поля представим в виде:

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (3.50)$$

где

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (3.51)$$

Поскольку мы хотели бы сохранить точную симметрию электродинамики, первоначальную группу симметрии нужно нарушить следующим образом:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{em}}, \quad (3.52)$$

т.е. после спонтанного нарушения симметрии подгруппа $U(1)_{\text{em}}$ с размерностью единица остается группой симметрии вакуума. В этом случае фотон останется безмассовым.

Проверим, что наш выбор оставляет вакуум инвариантным относительно $U(1)_{\text{em}}$. Действительно, эта инвариантность требует, чтобы

$$e^{i\alpha Q} \langle \phi \rangle_0 \cong (1 + i\alpha Q) \langle \phi \rangle_0 = \langle \phi \rangle_0. \quad (3.53)$$

Это означает, что оператор Q аннигилирует вакуум: $Q \langle \phi \rangle_0 = 0$. Но это в самом деле так – электрический заряд вакуума равен нулю:

$$Q \langle \phi \rangle_0 = \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} = 0. \quad (3.54)$$

Другие же калибровочные бозоны, соответствующие нарушенным генераторам T_1 , T_2 и $(T_3 - Y/2) = 2T_3 - Q$ вследствие механизма Хиггса будут приобретать массы. Чтобы это увидеть, параметризуем хиггсовский дублет

$$\begin{aligned}\phi &\equiv \exp\left(i \frac{\tau^i}{2} \frac{\chi_i}{v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ (v+H)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \cong \langle \phi \rangle_0 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \chi_2 + i\chi_1 \\ 2H - i\zeta_3 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\sqrt{2}\omega^+ \\ v+H - i\zeta^0 \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (3.55)$$

где ω^\pm и ζ^0 – голдстоуновские бозоны. Если провести $SU(2)_L$ калибровочное преобразование с $\alpha_i = \chi_i/v$ (унитарная калибровка), то поле

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp\left(-\frac{\tau^i}{2} \frac{\chi_i}{v}\right) \phi = \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.56)$$

а скалярный лагранжиан в терминах новых полей:

$$\begin{aligned}L_{\text{скалар}} &= \left| \left(\partial_\mu + ig \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i + i \frac{g'}{2} Y B_\mu \right) \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 - \\ &- \mu^2 \frac{(v+H)^2}{2} - \lambda \frac{(v+H)^4}{4}.\end{aligned}\quad (3.57)$$

Если же воспользоваться определением физических полей W^\pm (3.32) и Z^0 (3.40), то первый член в (3.57), содержащий векторные бозоны, запишется в виде:

$$\begin{aligned}&\left| \left(\partial_\mu H / \sqrt{2} \right) + i \frac{g}{2} (v+H) \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ -1/(\sqrt{2}c_W) Z_\mu \end{pmatrix} \right|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{4} (v+H)^4 \left(W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{2c_W^2} Z_\mu Z^\mu \right),\end{aligned}\quad (3.58)$$

где $c_W = \cos \theta_W$.

Квадратичные члены по векторным полям в (3.58):

$$\frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu. \quad (3.59)$$

Если сравнить эти выражения с массовыми членами в лагранжиане для заряженных и нейтральных векторных бозонов

$$m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu, \quad (3.60)$$

то получаем

$$m_W = \frac{gv}{2}; \quad m_Z = \frac{gv}{2c_W} = \frac{m_W}{c_W}. \quad (3.61)$$

Как видно из соотношения (3.58), в нем нет квадратичных слагаемых по A_μ , а это означает, что фотон остается безмассовым, а $U(1)_{\text{em}}$ – симметрия теории. С учетом (3.36) для вакуумного среднего хиггсовского поля получаем:

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \cong 246 \text{ ГэВ.} \quad (3.62)$$

Тогда для масс W и Z имеем:

$$\begin{aligned} m_W^2 &= \frac{e^2}{4s_W^2} v^2 = \frac{\pi\alpha}{s_W^2} v^2 \cong \left(\frac{37,2 \text{ ГэВ}}{s_W} \right)^2 \cong (80 \text{ ГэВ})^2, \\ m_W^2 &\cong \left(\frac{37,2 \text{ ГэВ}}{s_W c_W} \right)^2 \approx (90 \text{ ГэВ})^2 \end{aligned} \quad (3.63)$$

для экспериментальных значений $s_W^2 = \sin^2 \theta_W \cong 0,22$.

Как видно из (3.57) один скалярный бозон из четырех введенных в (3.46) остается в спектре после нарушения симметрии. Этот бозон называется хиггсовским бозоном H .

Второе слагаемое в (3.57) содержит хиггсовское поле H :

$$-\frac{1}{2}(-2\mu^2)H^2 + \frac{1}{4}\mu^2 v^2 \left(\frac{4}{v^3}H^3 + \frac{1}{v^4}H^4 - 1 \right). \quad (3.64)$$

Отсюда получаем массу хиггсовского бозона

$$m_H = \sqrt{-2\mu^2}. \quad (3.65)$$

Заметим, что электрослабая модель предсказывает существование хиггсовского бозона, но не определяет его массу, поскольку величина μ^2 *a priori* неизвестна. Мы вернемся ниже к обсуждению массы бозона Хиггса и его наблюдаемости на современных ускорителях. Обсудим пока общие свойства электрослабой модели.

3.5. Общие свойства электрослабой модели

Массовая матрица нейтральных бозонов

Чтобы получить несколько другое трактование смешивания (3.41), запишем массовый член для W_μ^3 и B_μ (3.57) в виде:

$$\begin{aligned} L_{\text{скаляр}}^{W^3-B} &= \frac{v^2}{2} \left| \left(g \frac{\tau^3}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} Y B_\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 = \\ &= \frac{v^2}{8} \left[\begin{pmatrix} B_\mu & W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g'^2 & -gg' \\ -gg' & g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W^{3\mu} \end{pmatrix} \right]. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Массовая матрица недиагональна и имеет два собственных значения:

$$0 \text{ и } \frac{1}{2} \frac{g+g'}{4} v^2 = \frac{1}{2} m_Z^2, \quad (3.67)$$

соответствующих фотону ($m_A = 0$) и Z-бозону.

Заметим, что матрица вращения (3.41)

$$R_W = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

диагонализует массовую матрицу нейтральных калибровочных бозонов:

$$R_W \frac{v^2}{4} \begin{pmatrix} g'^2 & -gg' \\ -gg' & g^2 \end{pmatrix} R_W^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_Z^2 \end{pmatrix}. \quad (3.69)$$

Параметр ρ

Определим безразмерный параметр

$$\rho = \frac{m_W^2}{\cos^2 \theta_W m_Z^2}. \quad (3.70)$$

Эта величина характеризует относительный вклад «нейтральных» и «заряженных» частей лагранжиана ($J^{0\mu} J_\mu^0 / J^{\mu+} J_\mu^-$):

$$\rho = \frac{g^2}{8\cos^2\theta_W m_Z^2} \Bigg/ \frac{g^2}{8m_W^2}. \quad (3.71)$$

На древесном уровне в стандартной модели параметр ρ равен 1.

В модели с произвольным числом хиггсовских мультиплетов ϕ_i с изоспином T_i и третьей компонентой T_i^3 и вакуумными средними v_i параметр ρ :

$$\rho = \frac{\sum_i [T_i(T_i + 1) - (T_i^3)^2] v_i^2}{2 \sum_i (T_i^3)^2 v_i^2}. \quad (3.72)$$

Эта величина равна 1 для произвольного числа дублетов.

Таким образом, параметр ρ является «хорошим инструментом» исследования изоспиновой структуры хиггсовского сектора. Параметр ρ весьма чувствителен к радиационным поправкам.

Фиксирование калибровки

Унитарная калибровка (3.56) весьма важна: в этой калибровке W^\pm и Z становятся массивными, при этом в спектре отсутствуют безмассовые голдстоуновские бозоны. В этой калибровке пропагатор векторного бозона (V):

$$P_{\mu\nu}^U(V) = \frac{-i}{q^2 - m_V^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_V^2} \right). \quad (3.73)$$

Отметим, что $P_{\mu\nu}^U(V)$ не ведет себя $\sim 1/q^2$ при $q \rightarrow \infty$ (из-за члена, пропорционального $q_\mu q_\nu$). Эта особенность имеет несколько нежелательных следствий. Прежде всего, существуют сложные сокращения в инвариантных амплитудах, включающих распространение векторных бозонов при высоких энергиях. Кроме того, трудно доказать перенормируемость теории, поскольку нужно анализировать петлевые диаграммы. Обойти эти проблемы удается введением в исходный лагранжиан слагаемого, фиксирующего калибровку

$$L_{\text{gf}} = -\frac{1}{2} \left(2G_W^+ G_W^- + G_Z^2 + G_A^2 \right), \quad (3.74)$$

где

$$G_W^\pm = \frac{1}{\sqrt{\xi_W}} \left(\partial^\mu W_\mu^\pm \mp i\xi_W m_W \omega^\pm \right), \quad (3.75a)$$

$$G_Z = \frac{1}{\sqrt{\xi_Z}} \left(\partial^\mu Z_\mu - i\xi_Z m_Z z \right), \quad (3.75b)$$

$$G_A = \frac{1}{\sqrt{\xi_A}} \partial^\mu A_\mu, \quad (3.75c)$$

ω^\pm и z – голдстоуновские бозоны. Калибровка (3.74), (3.75) называется R_ξ -калибровкой.

Заметим, например, что квадрат

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} G_Z^2 &= -\frac{1}{2\xi_Z} \left(\partial^\mu Z_\mu - i\xi_Z m_Z z \right)^2 = \frac{1}{2} Z_\mu \left(\frac{1}{\xi_Z} \partial^\mu \partial^\nu \right) Z_\nu - \\ &\quad -\frac{1}{2} \xi_Z m_Z^2 z^2 + m_Z z \partial^\mu Z_\mu, \end{aligned} \quad (3.76)$$

где последнее слагаемое смешивает голдстоуновский бозон (z) и векторный бозон ($\partial^\mu Z_\mu$), сокращает подобный же член, возникающий в скалярном лагранжиане (2.70).

В R_ξ -калибровке пропагаторы векторных бозонов

$$P_{\mu\nu}^U(V) = \frac{-i}{q^2 - m_V^2} \left[g_{\mu\nu} - (1 - \xi_V) \frac{q_\mu q_\nu}{q^2 - \xi_V m_V^2} \right]. \quad (3.77)$$

В этой калибровке в спектре остаются голдстоуновские бозоны с массой $\sqrt{\xi_V} m_V$ и пропагатором

$$P^{R_\xi}(\text{голд.бозон}) = \frac{i}{q^2 - \xi_V m_V^2}. \quad (3.78)$$

В пределе $\xi_V \rightarrow \infty$ голдстоуновские бозоны исчезают и восстанавливается унитарная калибровка. Другие калибровки $\xi_V \rightarrow 0$ (Ландау) и $\xi_V \rightarrow 1$ (фейнмановская) содержатся в (3.77). Очевидно, что все физические наблюдаемые не должны зависеть от параметра ξ_V .

Измерение $\sin^2 \theta_W$ при низких энергиях

Величина угла Вайнберга не предсказывается стандартной моделью, и ее нужно извлекать из экспериментальных данных. Если измерен θ_W (и заряд e), то константы связи относительно $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$ определяются соотношением (3.44).

При низких энергиях величина $\sin^2 \theta_W$ может быть определена в нескольких реакциях.

1. Сечение упругого нейтрино-лептонного рассеяния

$$\bar{\nu}_\mu(v_\mu) + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu(v_\mu) + e, \quad (3.79)$$

включающего t -канальный обмен Z -бозоном, имеет вид:

$$\sigma = \frac{G_F^2 m_e E_v}{2\pi} \left[(g_V^e \pm g_A^e)^2 + \frac{1}{3} (g_V^e \mp g_A^e)^2 \right]. \quad (3.80)$$

Векторные и аксиальные константы связи электрона с Z -бозоном определяются соотношением (3.45):

$$\begin{aligned} g_V^e &= -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \\ g_A^e &= -\frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (3.81)$$

и зависят от $\sin^2 \theta_W$. Для реакции $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$ нужно сделать подстановку $g_{V,A}^e \rightarrow (g_{V,A}^e + 1)$, поскольку в этом случае имеется и обмен W -бозоном. В отношении $\sigma(\nu_\mu e)/\sigma(\bar{\nu}_\mu e)$ систематические погрешности сокращаются, и отношение экспериментальных сечений дает:

$$\sin^2 \theta_W = 0,221 \pm 0,008 \quad (3.82)$$

2. Глубоконеупругое рассеяние нейтрино на изоскалярных мишнях. Определяется отношение сечений событий с нейтральными (NC) и заряженными (CC) токами:

$$R_{\nu(\bar{\nu})} \equiv \frac{\sigma^{\text{NC}}[\nu(\bar{\nu})N]}{\sigma^{\text{CC}}[\nu(\bar{\nu})N]}. \quad (3.83)$$

Это соотношение зависит от угла θ_W в электрослабой модели следующим образом:

$$R_{v(\bar{v})} \cong \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_w + \frac{5}{9} [1 + r^{\pm 1}] \sin^4 \theta_w, \quad (3.84)$$

где

$$r = \sigma^{CC}(\bar{v}N) / \sigma^{CC}(vN) \cong 0,44. \quad (3.85)$$

Используя экспериментальные данные, можно получить

$$\sin^2 \theta_w = 0,226 \pm 0,004. \quad (3.86)$$

3. Нарушение четности в атомах. Взаимодействие электрона с ядрами цезия, таллия, свинца и висмута, происходящее путем Z -обмена, описывается гамильтонианом

$$H = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} Q_w \gamma_5 \rho_{nucl}, \quad (3.87)$$

где Q_w – слабый заряд ядра, зависящий от угла Вайнберга

$$Q_w \cong Z(1 - 4 \sin^2 \theta_w) - N, \quad (3.88)$$

$Z(N)$ – число протонов (нейтронов), ρ_{nucl} – ядерная плотность. В этих измерениях получено

$$\sin^2 \theta_w = 0,220 \pm 0,003. \quad (3.89)$$

Масса лептона

Следует отметить, возвращаясь к лагранжиану модели, что заряженный лептон остается безмассовым, поскольку

$$m_l \bar{l}l = m_l (\bar{l}_R l_L + \bar{l}_L l_R) \quad (3.90)$$

смешивает L и R компоненты и нарушает калибровочную инвариантность. Один из способов придать массу калибровочно-инвариантным способом – посредством юкавских связей лептона с хиггсовским полем:

$$\begin{aligned} L'_{\text{ток}} &= -G_l \left[\bar{R}(\phi^+ L) + (\bar{L}\phi) R \right] = \\ &= -G_l \frac{v + H}{\sqrt{2}} \left[\bar{l}_R \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_L \\ l_L \end{pmatrix} + (\bar{v}_L \quad \bar{l}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} l_R \right] = \\ &= -\frac{G_l v}{\sqrt{2}} \bar{l}l - \frac{G_l}{\sqrt{2}} \bar{l}l H. \end{aligned} \quad (3.91)$$

Таким образом, можно определить массу заряженного лептона:

$$m_l = \frac{G_l v}{\sqrt{2}}. \quad (3.92)$$

Подчеркнем, что эта процедура генерирует массу фермиона калибровочно-инвариантным способом, но она не определяет величину массы, так как юкавская константа G_l , введенная в лагранжиан (3.91), – произвольна. Аналогично константа связи бозона Хиггса с лептонами $G_{lH} = \frac{G_l}{\sqrt{2}}$ из (3.91)

$$G_{lH} = \frac{m_l}{v} \quad (3.93)$$

должна быть определена экспериментально.

Процесс $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Процесс $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, фейнмановские диаграммы которого изображены на рис. 3.1, является интересным и важным примером того, как в стандартной модели восстанавливается унитарное поведение сечений.

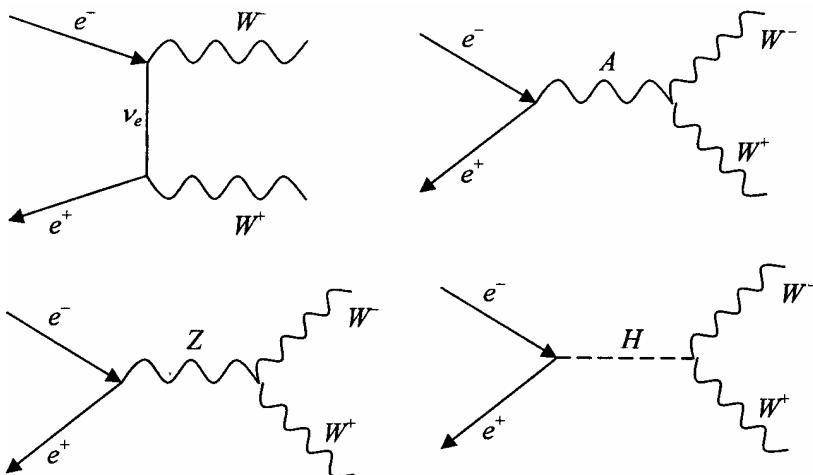


Рис. 3.1. Диаграммы процесса $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Две верхние диаграммы соответствуют t -канальному нейтринному обмену. Обе эти диаграммы присутствуют в любой теории, содержащей заряженный промежуточный векторный бозон. Электрослабая модель вносит два новых вклада: обмены Z и H .

Лидирующая p -волновая расходимость нейтринной диаграммы пропорциональна s и аналогична расходимости в реакции $v\bar{v} \rightarrow W^+W^-$. Эта расходимость сокращается суммой диаграмм с обменами фотоном (A) и Z -бозоном.

Однако s -волновая амплитуда рассеяния пропорциональна ($m\sqrt{s}$) и расходится при высоких энергиях. Эта остающаяся расходимость сокращается диаграммой с хиггсовским обменом.

Таким образом, существование скалярного бозона – необходимый компонент электрослабой модели.

Кварки в электрослабой модели

Прежде чем ввести сильновзаимодействующие частицы в электрослабую модель, обсудим адронные нейтральные токи, учитывающие каббивское смешивание. Для этого запишем адронный нейтральный ток в терминах кварковых полей u и d :

$$\begin{aligned} J_\mu^H &= \bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)u + \bar{d}'\gamma_\mu(1-\gamma_5)d' = \\ &= \bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)u + \cos^2\theta_C \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d + \sin^2\theta_C \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s + (3.94) \\ &\quad + \cos\theta_C \sin\theta_C [\bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s + \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d]. \end{aligned}$$

Действительно, по аналогии с лептонным током, адронный ток можно записать в виде

$$J_\mu^H = \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)u + \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s, \quad (3.95)$$

где первое слагаемое соответствует переходам с изменением странности $\Delta S = 0$, а второе – с $\Delta S = 1$. Чтобы добиться универсальности адронного тока с общей константой связи G_F , Каббибо, как уже говорилось, ввел угол смешивания θ_C , причем $\cos\theta_C$ и $\sin\theta_C$ соответствуют весам процессов с $\Delta S = 0$ и $\Delta S = 1$:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}, \quad (3.96)$$

где d' , s' (d , s) – собственные слабые (массовые) состояния. Тогда переходы $\bar{d} \leftrightarrow u$ пропорциональны $G_F \cos \theta_C$, а $\bar{s} \leftrightarrow u$ пропорциональны $G_F \sin \theta_C$. При этом адронный ток, переписанный в терминах собственных слабых состояний, имеет вид

$$J_\mu^H = \bar{d}' \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u = \cos \theta_C \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u + \sin \theta_C \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u \quad (3.97)$$

а нейтральная компонента J_μ^H задается (3.94).

Заметим, что в (3.94) последнее слагаемое описывает процессы нейтральных токов с изменением аромата (FCNC): $d + \bar{s} \leftrightarrow \bar{d} + s$. Экспериментально процессы FCNC идут с чрезвычайно малым сечением. Например, относительная вероятность распада заряженного каона, идущего через заряженный ток

$$Br(K^+ \{us\} \rightarrow W^+ \rightarrow \mu^+ \nu) \approx 63,5\% , \quad (3.98)$$

а для FCNC процессов

$$\begin{aligned} Br(K^+ \{us\} \rightarrow \pi^+ \{ud\} \nu \bar{\nu}) &\approx 4,2 \cdot 10^{-10}, \\ Br(K_L^0 \{ds\} \rightarrow \mu^+ \mu^-) &\approx 7,2 \cdot 10^{-1}. \end{aligned} \quad (3.99)$$

В 1970 г. Глэшоу, Илиопулос и Майани предложили механизм ГИМ подавления FCNC. Для этого использовали кварк четвертого аромата (c -кварк), уже введенный в теорию в 1963 г. Бьёркеном и Глэшоу. Этот дополнительный кварк «замыкает» симметрию между кварками (u , d , s и c) и лептонами (ν_e , e , ν_μ и μ) и предполагает введение слабых дублетов

$$\begin{aligned} L_U &= \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u \\ \cos \theta_C d + \sin \theta_C s \end{pmatrix}_L \\ L_C &= \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u \\ -\sin \theta_C d + \cos \theta_C s \end{pmatrix}_L \end{aligned} \quad (3.100)$$

и правых кварковых синглетов

$$R_U, R_D, R_S, R_C. \quad (3.101)$$

Приступим теперь к введению кварков в электрослабую модель. Для этого, как и в случае лептонов, стартуем со свободного безмассового дираковского лагранжиана для кварков:

$$L_{\text{кварк}} = \bar{L}_U i\bar{\partial}L_U + \bar{L}_C i\bar{\partial}L_C + \bar{R}_U i\bar{\partial}R_U + \dots + \bar{R}_C i\bar{\partial}R_C. \quad (3.102)$$

Далее нужно ввести взаимодействие кварков с калибровочными бозонами, переходя от производных к ковариантным производным. При этом кварковые гиперзаряды определяются соотношением Гелл-Манна–Нишиджими (считая электрические заряды up-кварков $+2/3$, а down-кварков $-1/3$):

$$Y_{L_q} = \frac{1}{3}; \quad Y_{R_u} = \frac{4}{3}; \quad Y_{R_d} = -\frac{2}{3}. \quad (3.103)$$

Тогда часть лагранжиана, содержащая связь заряженного тока с W_μ^\pm :

$$L_{\text{кварк}}^{(\pm)} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[\bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d' + \bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s' \right] W_\mu^\pm + \text{э.с.} \quad (3.104)$$

Нейтральный же ток имеет дополнительное слагаемое, пропорциональное

$$\bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c + \bar{s}'\gamma_\mu(1-\gamma_5)s' \quad (3.105)$$

и диагональное по кварковым ароматам, поскольку «проблемные» слагаемые J_μ^H сокращаются и не возникают нежелательные FCNC.

Например, для процесса $K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ механизм ГИМ содержит петлю c -кварка, сокращающую петлю u -кварка.

Окончательно лагранжиан, содержащий нейтральные токи, принимает вид:

$$L_{\text{кварк}}^{(0)} = -\frac{g}{2c_W} \sum_{q=u..c} \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (g_V^q - g_A^q \gamma_5) \Psi_q Z_\mu, \quad (3.106)$$

причем векторные и аксиальные константы связи кварков задаются соотношениями (3.45).

Сокращение аномалий

В теории поля квантовые петлевые поправки могут нарушать классические локальные законы сохранения, следующие из теоремы Нетер. Если такое происходит, говорят об аномалиях. Вообще говоря, существование аномалий – серьезная проблема в теории, поскольку они нарушают тождества Уорда и перенормируемость

теории. Реалистические теории должны быть свободны от аномалий. Рассмотрим общую теорию с лагранжианом

$$L_{\text{int}} = -g \left(\bar{R} \gamma^\mu T_+^a R + \bar{L} \gamma^\mu T_-^a L \right) V_\mu^a, \quad (3.107)$$

где T_\pm^a – генераторы правых (+) и левых (-) представлений полей материи, V_μ^a – калибровочные бозоны.

Можно показать, что теория не содержит аномалий, если

$$A^{abc} = A_+^{abc} - A_-^{abc}, \quad (3.108)$$

где A_\pm^{abc} – следы генераторов:

$$A_\pm^{abc} \equiv \text{Tr} \left[\left\{ T_\pm^a, T_\pm^b \right\} T_\pm^c \right]. \quad (3.109)$$

В (V-A) калибровочной теории, такой как электрослабая модель, аномалии возникают из-за VVA треугольных петель, т.е. петель с двумя векторными и одной аксиальной вершинами, пропорциональных

$$SU(2)^2 U(1) : \text{Tr} \left[\left\{ \tau^a, \tau^b \right\} Y \right] = \text{Tr} \left[\left\{ \tau^a, \tau^b \right\} Y \right] \text{Tr}[Y] \approx \sum_{\text{дублеты}} Y, \quad (3.110a)$$

$$U(1)^3 : \text{Tr}[Y^3] \approx \sum_{\text{фермионы}} Y^3. \quad (3.110b)$$

Если вспомнить величины гиперзарядов лептонов и夸ков, то для случая $SU(2)^2 U(1)$:

$$A^{abc} \approx \sum_{\text{дублеты}} Y = - \left[-1 + 3 \left(\frac{1}{3} \right) \right] = 0, \quad (3.111)$$

а для случая $U(1)^3$

$$\begin{aligned} A^{abc} &\approx \sum_{\text{фермионы}} Y_+^3 - Y_-^3 = \\ &= \left\{ (-2)^3 + 3 \left[\left(\frac{4}{3} \right)^2 + \left(-\frac{2}{3} \right)^3 \right] \right\} - \\ &- \left\{ (-1)^3 + (-1)^3 + 3 \left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^3 \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (3.112)$$

где для夸ковых цветов учтен фактор 3.

Этот результат свидетельствует о том, что электрослабая модель свободна от аномалий, если фермионы образуют мультиплеты со структурой

$$\left\{ \begin{pmatrix} v_e \\ e \end{pmatrix}_L, e_R, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R \right\}, \quad (3.113a)$$

а также

$$\left\{ \begin{pmatrix} v_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \mu_R, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R \right\}. \quad (3.113b)$$

Открытие τ -лептона и t -кварка привело к третьему поколению

$$\left\{ \begin{pmatrix} v_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \tau_R, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R \right\}. \quad (3.114)$$

Как мы видим, существование заполненных поколений гарантирует отсутствие аномалий в теории.

Массы кварков

Для генерации масс up- ($U_i = u, c, t$) и down- ($D_i = d, s, b$) кварков надо иметь хиггсовский дублет с гиперзарядом $Y = -1$. Определим сопряженный хиггсовский дублет

$$\tilde{\phi} = i\sigma_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (3.115)$$

и запишем юкавский лагранжиан для трех поколений кварков

$$L_{\text{юк}}^q = - \sum_{i,j=1}^3 \left[G_{ij}^U \bar{R}_{U_i} (\tilde{\phi}^+ L_j) + G_{ij}^D \bar{R}_{D_i} (\phi^+ L_j) \right] + \text{э.с.} \quad (3.116)$$

С помощью вакуумных средних дублетов ϕ и $\tilde{\phi}$, получим массовые члены для up-кварков:

$$\overline{(u', c', t')}_R M_U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L + \text{э.с.} \quad (3.117)$$

и для down-кварков

$$\overline{(d', s', b')}_R M_D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L + \text{с.с.} \quad (3.118)$$

с недиагональными матрицами

$$M_{ij}^{U(D)} = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ij}^{U(D)}. \quad (3.119)$$

Слабые собственные состояния (q') являются суперпозицией массовых собственных состояний:

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_{L,R} = U_{L,R} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R}; \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_{L,R} = D_{L,R} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R}, \quad (3.120)$$

где $U(D)_{L,R}$ – унитарные матрицы.

Эти матрицы диагонализируют массовые матрицы

$$U_R^{-1} M^U U_L = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad (3.121)$$

$$D_R^{-1} M^D D_L = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (3.122)$$

Тогда (V-A) заряженный ток пропорционален

$$\overline{(u', c', t')}_R \gamma_\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \overline{(u, c, t)}_R (U_L^+ D_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (3.123)$$

причем смешивание массовых собственных состояний (q) описывается матрицей

$$V \equiv (U_L^+ D_L). \quad (3.124)$$

Нейтральные же кварковые токи пропорциональны

$$\overline{(u', c', t')}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \overline{(u, c, t)}_R (U_L^+ U_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L. \quad (3.125)$$

Заметим, что смещивание в нейтральном секторе (FCNC!) отсутствует, поскольку U_L унитарна ($U_L^+ U_L = 1$).

Кварковое смещивание ограничено down-кварками:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (3.126)$$

где V – матрица Кабибо–Кобаяши–Маскава (СКМ). Эта матрица может быть параметризована следующим образом:

$$V = R_1(\theta_{23})R_2(\theta_{13}, \delta_{13})R_3(\theta_{12}), \quad (3.127)$$

где $R_i(\theta_{jk})$ – матрицы вращений вокруг оси i на угол θ_{jk} , описывающие смещивание поколений j и k . Величина δ_{13} в соотношении (3.127) называется фазой матрицы СКМ.

Очень важно, что для трех поколений не всегда можно считать матрицу СКМ вещественной ($\delta_{13}=0$), и в этом состоит причина нарушения СР- и Т- симметрий в слабых взаимодействиях.

Матрицу СКМ можно записать в следующем виде:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.128)$$

где $s_{ij}(c_{ij}) \equiv \sin(\cos)\theta_{ij}$.

Заметим, что в пределе $\theta_{23} = \theta_{13} \rightarrow 0$ мы можем положить $\theta_{12} = \theta_C$ – угол Кабибо, и тогда из СКМ матрицы получаем матрицу Кабиббо:

$$V \rightarrow \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.129)$$

3.6. Лагранжиан электрослабой модели

Полный лагранжиан электрослабой модели включает в себя несколько составляющих. Перечислим их.

Часть, включающая калибровочные бозоны и скаляры. Лагранжианы калибровочных бозонов (3.25) и скаляров (3.57) «ответственны» за генерацию тройных и четверных связей калибровочных бозонов, а также связи, содержащие бозон Хиггса:

$$\begin{aligned}
 L_{\text{калибр}} + L_{\text{скаляр}} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} + m_W^2 W_\mu^+ W^{-\nu} - \\
 & - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - \frac{1}{2} m_H^2 H^2 + \\
 & + \boxed{W^+ W^- A} + \boxed{W^+ W^- Z} + \boxed{W^+ W^- AA} + \boxed{W^+ W^- ZZ} + \quad (3.130) \\
 & + \boxed{W^+ W^- AZ} + \boxed{W^+ W^- W^+ W^-} + \boxed{HHH} + \boxed{HHHH} + \\
 & + \boxed{W^+ W^- H} + \boxed{W^+ W^- HH} + \boxed{ZZH} + \boxed{ZHH}.
 \end{aligned}$$

Часть, включающая юкавские взаимодействия. Лептонный (3.29) и юкавский (3.91) лагранжианы характеризуют связи калибровочных бозонов: фотона (КЭД-взаимодействия), W^\pm (заряженные слабые токи) и Z (нейтральны слабые токи). Массовые члены генерируются юкавскими взаимодействиями. Эти же взаимодействия определяют связь массивного лептона с хиггсовским бозоном:

$$\begin{aligned}
 L_{\text{лепт}} + L_{\text{лок}}^l = & \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l} (i\bar{\partial} - m_l) l + \sum_{v_l=v_e,v_\mu,v_\tau} \bar{v}_l (i\bar{\partial}) v_l + \\
 & + \boxed{\bar{l}lA} + \boxed{\bar{v}_l l W^+} + \boxed{\bar{l} v_l W^-} + \boxed{\bar{l} l ZZ} + \boxed{\bar{v}_l v_l Z} + \boxed{\bar{l} l H}. \quad (3.131)
 \end{aligned}$$

Даже если нейтрино имеют ненулевую массу (на это указывают экспериментальные данные по нейтринным осцилляциям), то соответствующей дираковский массовый член можно без проблем включить в схему стандартной модели. Эта процедура будет выглядеть точно так же, как в случае кварковых массовых членов: нужно ввести правые компоненты нейтрино и юкавскую связь с сопряженным хиггсовским дублетом (3.115). Однако, будучи электрически нейтральным, нейтрино допускает существование майорановской массы (см. Приложения), нарушающей лептонное число. Эту особенность нейтрино в рамках стандартной модели учесть не удается.

Часть, содержащая кварки и юкавские взаимодействия. Лагранжианы (3.102) и (3.116) характеризуют электромагнитные и

слабые взаимодействия кварков, а также связи кварков с бозоном Хиггса:

$$L_{\text{кварк}} + L_{\text{лок}}^q = \sum_{q=u,\dots,t} \bar{q}(i\partial - m_q)q + \\ + \boxed{\bar{q}qA} + \boxed{\bar{u}d'W^+} + \boxed{\bar{d}'uW^-} + \boxed{\bar{q}qZ} + \boxed{\bar{q}qH}. \quad (3.132)$$

3.7. Предсказания электрослабой модели

Массы калибровочных бозонов

До открытия W^\pm - и Z -бозонов (1983 г.) наиболее хорошо измеренными параметрами стандартной модели были α , G_F и $\sin^2\theta_W$. В настоящее время из атомных, молекулярных, ядерных данных и μ -распада получены значения

$$\alpha_{\text{эксп}}^{-1} = 137,0359895 \pm 0,0000061, \quad (3.133)$$

$$G_F^{\text{эксп}} = (1,16639 \pm 0,00022) \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (3.134)$$

Значение $\sin^2\theta_W$ было впервые измерено в экспериментах по vN -рассеянию. Отношение сечений нейтральных и заряженных токов, как предсказывается в электрослабой модели, является функцией $\sin^2\theta_W$:

$$\frac{\sigma_{\text{NC}}(vq \rightarrow vq)}{\sigma_{\text{CC}}(vq \rightarrow eq')} \sim f(\sin^2 \theta_W). \quad (3.135)$$

Из сравнения с экспериментальными данными получено

$$\sin^2 \theta_W = 0,2255 \pm 0,0021. \quad (3.136)$$

Электрослабая модель не предсказывает численных значений m_W и m_Z , но дает соотношение между ними. Это соотношение различно в «древесном» и однопетлевом приближениях. На «древесном» уровне

$$m_W = \frac{gv}{\sqrt{2}}; \quad \frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{1}{2v^2}; \quad (3.137)$$

$$g = \frac{e}{s_W}; \quad \rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 c_W^2} = 1. \quad (3.138)$$

Из этих соотношений имеем

$$m_W = \left(\frac{\pi\alpha}{G_F \sqrt{2}} \right)^{1/2} \frac{1}{\sin \theta_W}, \quad (3.139a)$$

$$m_Z = \left(\frac{\pi\alpha}{G_F \sqrt{2}} \right)^{1/2} \frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W}. \quad (3.139b)$$

Подставляя в эти выражения экспериментальные значения α , G_F и $\sin^2 \theta_W$, получим

$$m_W^{\text{дrev}} = 78 \text{ ГэВ}, \quad m_Z^{\text{дrev}} = 89 \text{ ГэВ}. \quad (3.140)$$

В 1983 г. W^\pm - и Z -бозоны были открыты на SPS ЦЕРН

$$m_W^{\text{SPS}} = (81 \pm 2) \text{ ГэВ}, \quad m_Z^{\text{SPS}} = (93 \pm 3) \text{ ГэВ}. \quad (3.141)$$

В настоящее время массы W^\pm - и Z -бозонов известны с лучшей точностью

$$m_W^{\text{эксп}} = (80,41 \pm 0,09) \text{ ГэВ} \quad (\text{pp-bar -данные}), \quad (3.142a)$$

$$m_W^{\text{эксп}} = (80,37 \pm 0,09) \text{ ГэВ} \quad (\text{LEP}), \quad (3.142b)$$

$$m_Z^{\text{эксп}} = (91,1867 \pm 0,0021) \text{ ГэВ}. \quad (3.142c)$$

Распады калибровочных бозонов

W^\pm - и Z -бозоны стандартной модели способны распадаться на кварки и лептоны. Основным каналом распада является распад на кварки, поскольку присутствует цветовой фактор N_c , которого нет в лептонных распадах. В древесном приближении предсказания парциальных ширин (пренебрегая массами фермионов):

$$\Gamma(W^+ \rightarrow e^+ v_e) = \frac{g^2}{48\pi} m_W = \frac{G_F^2 m_W^3}{6\sqrt{2}\pi} = 0,232 \text{ ГэВ}, \quad (3.143a)$$

$$\Gamma(W^+ \rightarrow \mu^+ v_\mu) = \Gamma(W^+ \rightarrow \tau^+ v_\tau) = \Gamma(W^+ \rightarrow e^+ v_e), \quad (3.143b)$$

$$\Gamma(W^+ \rightarrow u_i \bar{d}_j) = N_c |V_{ij}|^2 \frac{G_F m_W^3}{6\sqrt{2}\pi} = 0,232 \cdot N_c |V_{ij}|^2 \text{ ГэВ}, \quad (3.143b)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(W^+ \rightarrow f \bar{f}) &= K_f \frac{G_F m_Z^3}{\sqrt{2}\pi} \left(g_{Vf}^2 + g_{Af}^2 \right) = \\ &= 0,3318 \cdot K_f \left(g_{Vf}^2 + g_{Af}^2 \right) \text{ ГэВ}, \end{aligned} \quad (3.143\Gamma)$$

где V_{ij} – элементы матрицы Кабибо–Кобаяши–Маскава, а константы

$$K_f = 1, \quad f = l, v; \quad K_f = N_c, \quad f = q; \quad (3.144a)$$

$$g_{Vf} = T_3^f - 2Q \cdot s_W^2, \quad g_{Af} = T_3^f. \quad (3.144b)$$

В таблице 3.1 показаны предсказания стандартной модели (СМ) для полных ширин W^\pm - и Z -бозонов и их отношения

$$R_l = \frac{\Gamma(Z \rightarrow \text{адроны})}{\Gamma(Z \rightarrow l\bar{l})}, \quad (3.145a)$$

$$R_b = \frac{\Gamma(Z \rightarrow b\bar{b})}{\Gamma(Z \rightarrow \text{адроны})}, \quad R_c = \frac{\Gamma(Z \rightarrow c\bar{c})}{\Gamma(Z \rightarrow \text{адроны})}. \quad (3.145b)$$

Как видно из таблицы, электрослабая модель хорошо согласуется с экспериментом. С другой стороны, видно, что некоторые предсказания на древесном уровне не соответствуют эксперименту (выходят за стандартное отклонение). Таким образом, при сравнении с экспериментом необходимо учитывать радиационные поправки. В настоящее время такое сравнение производится уже с учетом радиационных поправок.

Таблица 3.1

Параметр	Предсказания СМ в древесном приближении	Эксперимент
Γ_Z	2,474 ГэВ	$(2,4948 \pm 0,0025)$ ГэВ
Γ_W	2,474 ГэВ	$(2,06 \pm 0,06)$ ГэВ
R_l	20,29	$20,765 \pm 0,026$
R_b	0,219	$0,21656 \pm 0,00074$
R_c	0,172	$0,1733 \pm 0,0044$

Универсальность лептонных связей W -бозонов можно косвенным образом проверить в слабых распадах, осуществляемых за счет заряженных токов. Сравнивая измеряемые ширины лептонных или полулептонных распадов, отличающихся ароматом лептона, можно убедиться в том, что взаимодействие лептонов с W -бозоном действительно универсально, т.е. $g_e = g_\mu = g_\tau = g$. Из приведенной табл. 3.2 следует, что универсальность лептонных заряженных токов выполняется с точностью $\approx 0,2\%$.

Таблица 3.2

	$\Gamma_{\tau \rightarrow \mu v_\tau \bar{v}_\mu} / \Gamma_{\mu \rightarrow e v_\mu \bar{v}_e}$	$\Gamma_{\pi \rightarrow \mu \bar{v}_\mu} / \Gamma_{\pi \rightarrow e \bar{v}_e}$	$\Gamma_{W \rightarrow \mu \bar{v}_\mu} / \Gamma_{W \rightarrow e \bar{v}_e}$
$ g_\mu / g_e $	$0,9999 \pm 0,0020$	$1,0017 \pm 0,0015$	$0,947 \pm 0,010$
	$\Gamma_{\tau \rightarrow e v_\tau \bar{v}_e} / \Gamma_{\mu \rightarrow e v_\mu \bar{v}_e}$	$\Gamma_{\tau \rightarrow \pi v_\tau} / \Gamma_{\pi \rightarrow \mu \bar{v}_\mu}$	$\Gamma_{\tau \rightarrow K v_\tau} / \Gamma_{K \rightarrow \mu \bar{v}_\mu}$
$ g_\tau / g_\mu $	$1,0004 \pm 0,0023$	$0,9999 \pm 0,0036$	$0,979 \pm 0,017$
	$\Gamma_{\tau \rightarrow \mu v_\tau \bar{v}_\mu} / \Gamma_{\mu \rightarrow e v_\mu \bar{v}_e}$		$\Gamma_{W \rightarrow \tau \bar{v}_\tau} / \Gamma_{W \rightarrow e \bar{v}_e}$
$ g_\tau / g_e $	$1,0002 \pm 0,0022$		$1,034 \pm 0,014$

Другой интересной величиной в распаде Z -бозона является ширина распада на нерегистрируемые продукты (invisible):

$$\frac{\Gamma_{\text{inv}}}{\Gamma_l} = \frac{N_v \Gamma(Z \rightarrow \bar{v}v)}{\Gamma_l} = \frac{2N_v}{(1 - 4\sin^2 \theta_W)^2 + 1}, \quad (3.146)$$

где Γ_l – лептонная ширина распада Z -бозона. Сравнение с измеряемой величиной $\Gamma_{\text{inv}} / \Gamma_l = 5,942 \pm 0,016$ дает весомые аргументы в пользу существования трех (активных) сортов легких нейтрино.

t-кварк в электрослабой модели

Масса *t*-кварка не предсказывается электрослабой моделью. На древесном уровне

$$m_t = \lambda_t \frac{v}{\sqrt{2}} = \lambda_t \left(\frac{1}{2\sqrt{2}G_F} \right)^{1/2}. \quad (3.147)$$

Масса *t*-кварка выражается через юковскую константу связи λ_t . Однако λ_t , как и другие юковские константы, в электрослабой модели не определена.

Существование топ-кварка никогда не подвергалось сомнению, поскольку этот кварк необходим как составная часть третьего поколения. Топ-кварк нужен для того, чтобы исключить нейтральные токи, изменяющие аромат (FCNC), а также для избежания $SU(2)_L \times U(1)_Y$ аномалий.

Топ-кварк был открыт в 1994 г. на $p\bar{p}$ -коллайдере (FNAL). Современное значение массы t -кварка

$$m_t^{\text{эксп}} = (173,8 \pm 5,0) \text{ ГэВ}. \quad (3.148)$$

Заметим, что масса t -кварка гораздо больше других фермионных масс. В электрослабой модели нет ответа на вопрос: почему t -кварк столь тяжелый?

Основной модой распада t -кварка является его распад $t \rightarrow W^+ b$. Ширина этого распада

$$\Gamma(t \rightarrow W^+ b) = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} |V_{tb}|^2 \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 + \frac{2m_W^2}{m_t^2}\right) \approx 2 \text{ ГэВ}. \quad (3.149)$$

Однако экспериментальные данные по полным и парциальным ширинам распада t -кварка отсутствуют. Безусловно, эти, как и многие другие данные, будут получены на ускорителе LHC.

3.8. Хиггсовский бозон

Процедура генерации масс векторных бозонов, как мы видели выше, требует введения комплексного скалярного дублета, т.е. четырех степеней свободы. Три из этих степеней свободы «поглощаются» W^+ , W^- и Z -бозонами, становясь их продольными компонентами и обеспечивая их массу. Таким образом, в спектре остается одна степень свободы, соответствующая хиггсовскому бозону. Ниже обсуждаются теоретические ограничения на массу бозона Хиггса и возможные пути его поиска на LHC.

Теоретические ограничения на массу бозона Хиггса

Рассмотрим ограничения на массу бозона Хиггса m_H из-за самосогласованности теории.

Верхняя граница на m_H из условия унитарности. Условие унитарности матрицы рассеяния и оптическая теорема определяют ограничения на парциальные волновые амплитуды. Эти амплитуды, в свою очередь, примененные к описанию рассеяния хиггсовской частицы, дают ограничения сверху на ее массу.

Для примера рассмотрим рассеяние безмассовых скалярных частиц $1+2 \rightarrow 1+2$.

Амплитуда рассеяния представима в виде разложения по парциальным волнам:

$$T(s, \cos \theta) = 16\pi \sum_{J=0}^{\infty} (2J+1) a_J(s) P_J(\cos \theta), \quad (3.150)$$

где P_J – полиномы Лежандра.

Дифференциальное сечение выражается через амплитуду рассеяния T

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |T|^2. \quad (3.151)$$

Сечение упругого (elastic) рассеяния

$$\sigma_{\text{el}} = \frac{16\pi}{s} \sum_{J=0}^{\infty} (2J+1) |a_J(s)|^2. \quad (3.152)$$

Из оптической теоремы, связывающей полное сечение с амплитудой упругого рассеяния на угол 0°

$$\sigma_{\text{tot}}(1+2 \rightarrow \text{все}) = \frac{1}{s} \text{Im } T(s, \cos \theta = 1). \quad (3.153)$$

В приближении упругого рассеяния $\sigma_{\text{tot}} \approx \sigma_{\text{el}}$, т.е.

$$\text{Im } a_J(s) = |a_J(s)|^2 \text{ для } \forall J. \quad (3.154)$$

Это «упругое» условие унитарности для парциальных амплитуд.

Очевидно, что

$$\begin{aligned} |a_J(s)|^2 &\leq 1, \\ 0 < \text{Im } a_J(s) &< 1 \text{ и} \\ |\text{Re } a_J(s)| &\leq 1/2 \text{ для } \forall J. \end{aligned} \quad (3.155)$$

Теперь обратимся к рассеянию левополяризованных W_L^+ и W_L^- в электрослабой модели и найдем для него унитарные ограничения.

Для $J=0$ парциальная волна

$$a_0(W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-) = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^{+1} T(s, \cos \theta) d\cos \theta, \quad (3.156)$$

где амплитуда рассматриваемого рассеяния

$$T(W_L^+W_L^- \rightarrow W_L^+W_L^-) = -\frac{1}{v^2} \left\{ -s+t + \frac{s^2}{s-m_H^2} + \frac{t^2}{t-m_H^2} + \right. \\ \left. + 2m_Z^2 + \frac{2m_Z s}{t-m_Z^2} + \frac{2t}{s} \left(m_Z^2 - 4m_W^2 \right) - \frac{8s_W^2 m_W^2 m_Z^2}{t(t-m_Z^2)} \right\}. \quad (3.157)$$

В пределе больших энергий $s \approx m_H^2, m_W^2$

$$|a_0| \rightarrow \frac{m_H^2}{8\pi v^2}. \quad (3.158)$$

Используя $|\text{Re } a_0| \leq 1/2$, получим

$$m_H \leq 860 \text{ ГэВ!} \quad (3.159)$$

Этот предел получен из условия унитарности с использованием теории возмущений, поэтому это ограничение не следует рассматривать как абсолютный запрет на массы бозона Хиггса, большие этого значения. Это означает, что для больших масс бозона Хиггса подход теории возмущений уже не применим. В этом случае само-взаимодействие бозона Хиггса становится сильным, и новые физические явления должны проявляться в ТэВ-ной области. Это как раз «область интересов» LHC.

Нижняя граница на m_H из условия вакуумной стабильности. Если асимметричный вакуум $SU(2)_L \times U(1)_Y$ зафиксирован, можно потребовать стабильности вакуума по отношению к квантовым поправкам. Вообще говоря, квантовые поправки могут дестабилизировать асимметричный вакуум и трансформировать его в симметричный вакуум, где нет спонтанного нарушения симметрии.

Эффективный потенциал электрослабой теории в однопетлевом приближении при малых λ :

$$V_{\text{eff}}^{\text{1-петл}}(\phi) = -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda_R(Q_0) (\phi^+ \phi)^2 + \beta_\lambda (\phi^+ \phi)^2 \log \left(\frac{\phi^+ \phi}{Q_0} \right), \quad (3.160)$$

где

$$\beta_\lambda = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} \left[-3\lambda_i^4 + \frac{3}{16} (2g^4 + (g^2 + g'^2)^2) \right]. \quad (3.161)$$

Условие экстремума

$$\frac{\delta V_{\text{eff}}^{\text{1-петл}}}{\delta \phi} = 0 \quad (3.162)$$

дает два решения:

- 1) тривиальный вакуум $\phi = 0$;
- 2) нетривиальный вакуум $\phi = \phi_{\text{вак}} \neq 0$.

Если мы хотим, чтобы физический вакуум был нетривиальным, то

$$V_{\text{eff}}^{\text{1-петл}}(\phi_{\text{вак}}) < V_{\text{eff}}^{\text{1-петл}}(0). \quad (3.163)$$

Величина потенциала в минимуме зависит от второй производной

$$m_H^2 = \frac{1}{2} \left. \left\{ \frac{\delta^2 V}{\delta \phi^2} \right\} \right|_{\phi=\phi_{\text{вак}}} , \quad (3.164)$$

и для малых m_H^2 $V(0) < V(\phi_{\text{вак}})$, при этом истинный вакуум меняется на тривиальный. Поэтому условие вакуумной стабильности дает нижнюю границу на массу бозона Хиггса:

$$m_H^2 > \frac{3}{16\pi^2 v^2} (2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4). \quad (3.165)$$

Интересно, что для массы t -кварка $m_t > 78$ ГэВ эта граница исчезает, при этом $V_{\text{eff}}^{\text{1-петл}}$ становится неограниченным снизу. Очевидно, что при таких значениях m_t однопетлевое приближение становится недостаточным, и нужно учитывать двухпетлевые поправки к эффективному потенциалу. Эти поправки дают ограничение (при $m_t = 175$ ГэВ)

$$m_H^{\text{вак.стаб}} > 132 \text{ ГэВ}. \quad (3.166)$$

Ширины распада бозона Хиггса

Масса бозона Хиггса не предсказывается в электрослабой модели. Согласно механизму Хиггса

$$m_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2v^2\lambda}, \quad (3.167)$$

где $v=246$ ГэВ. Но λ неизвестна, следовательно, m_H не определена.

Оказывается, константа связи H всегда пропорциональна некоторому масштабу масс. Взаимодействие $H\bar{f}f$ растет линейно с

массой фермиона, а вершины HWW и HZZ пропорциональны m_W^2 и m_Z^2 . Следовательно, наиболее вероятной модой распада будет мода распада на наиболее тяжелое конечное состояние. Относительные вероятности распада H как функции массы m_H приведены на рис. 3.2.

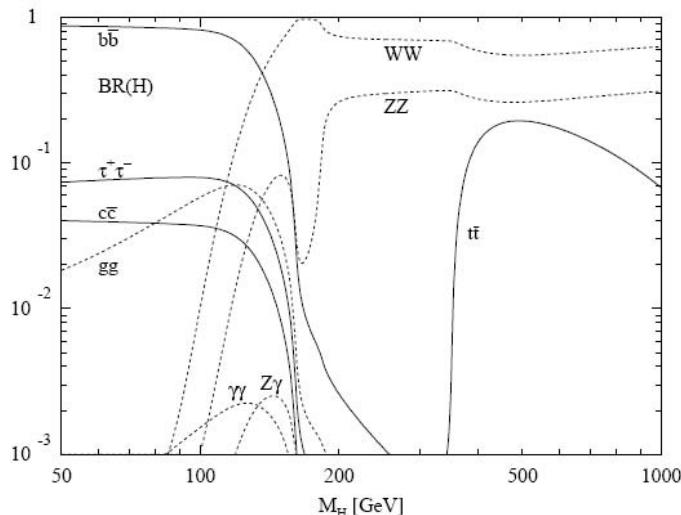


Рис. 3.2. Относительные вероятности различных мод распада бозона Хиггса

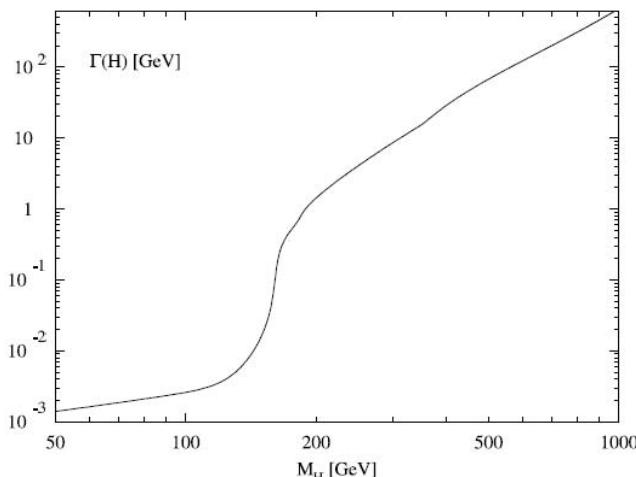


Рис. 3.3. Полная ширина распада бозона Хиггса

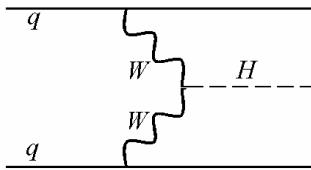
Распад $H \rightarrow b\bar{b}$ доминирует ниже порога образования W^+W^- . За порогом – основные каналы распада $H \rightarrow W^+W^-$ и $H \rightarrow ZZ$. Для $m_H > 2m_t$ дает вклад распад $H \rightarrow t\bar{t}$. В этом случае константа связи бозона Хиггса $\sim m_t$. Полная распадная ширина H растет с увеличением m_H . Тяжелый бозон Хиггса – очень широкий: при $m_H \approx 600$ ГэВ $\Gamma_H \sim 100$ ГэВ, а для $m_H \approx 1$ ТэВ $\Gamma_H \sim 1$ ТэВ (рис. 3.3).

Поиски бозона Хиггса на коллайдерах

На адронных коллайдерах бозоны Хиггса рождаются в четырех различных процессах:

- 1) глюон-глюонное слияние $gg \rightarrow H$;
- 2) слияние векторных бозонов (VBF) $qq \rightarrow qq + H$ (рис. 3.4);

Рис.3.4. Диаграмма образования бозона Хиггса при слиянии векторных бозонов



- 3) ассоциативное рождение H с тяжелыми калибровочными бозонами $qq \rightarrow W/Z + H$;
- 4) совместное рождение H с тяжелыми кварками $gg, qq \rightarrow t\bar{t}/bb + H$.

Сечение рождения бозона Хиггса в условиях LHC представлено на рис. 3.5.

С точки зрения экспериментального поиска интересны инклузивные каналы распада

$$H \rightarrow \gamma\gamma, H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l, H \rightarrow WW^* \rightarrow l\bar{l}v\bar{v}. \quad (3.168)$$

Канал $H \rightarrow \gamma\gamma$ интересен для обнаружения бозона Хиггса в интервале масс 114 ГэВ $< m_H < 150$ ГэВ. Ожидаемая картина сигнала показана на рис. 3.6.

Распад $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ может быть обнаружен в промежуточной области масс 115 ГэВ $< m_H < 2m_Z$.

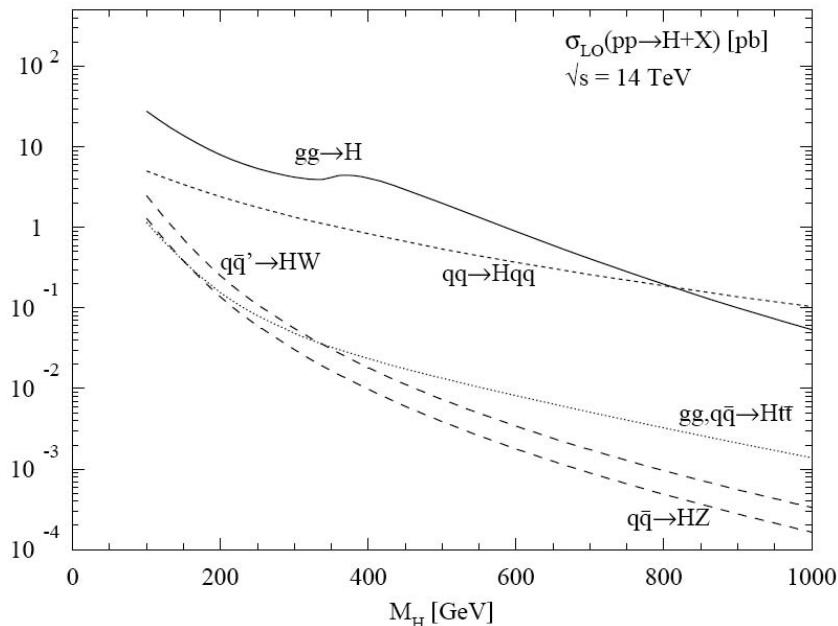


Рис. 3.5. Сечения рождения бозона Хиггса в различных процессах

Для масс $180 \text{ ГэВ} < m_H < 700 \text{ ГэВ}$ интерес представляет мода $H \rightarrow WW \rightarrow l\nu + jet + jet$. У этой моды относительная вероятность примерно в 150 раз больше, чем для $H \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$.

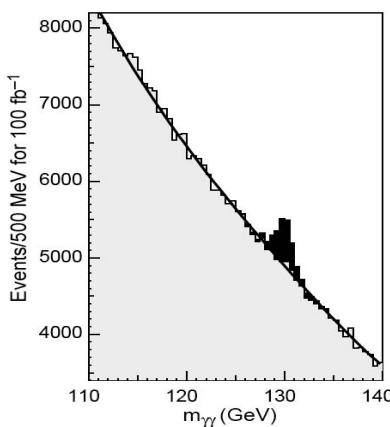


Рис. 3.6. Распределение ожидаемого числа событий $H \rightarrow \gamma\gamma$ при $m_H = 130 \text{ ГэВ}$ с учетом фона по инвариантной массе двух фотонов

Измерение параметров Хиггса на LHC

После возможного обнаружения бозона Хиггса на LHC важно установить его природу.

Определение массы и ширины. Масса m_H восстанавливается при наблюдении каналов распада $H \rightarrow \gamma\gamma$, $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$. Ширина H может быть определена лишь для масс, больших 200 ГэВ, когда «истинная» ширина резонанса становится сравнимой с экспериментальным разрешением.

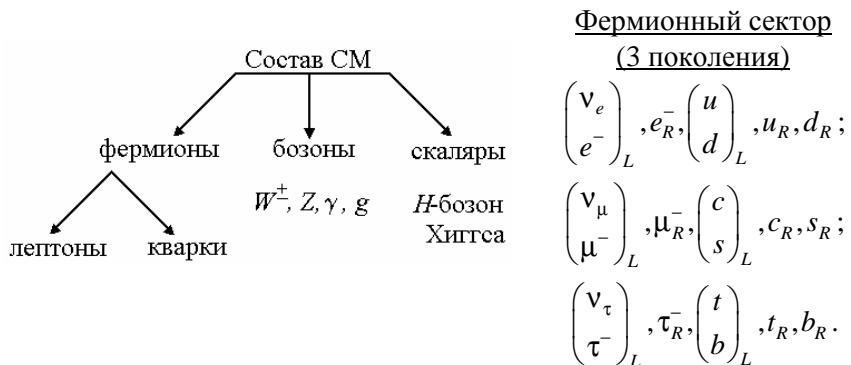
Спин и СР-четность. Для масс $m_H > 200$ ГэВ модуля $H \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$ можно использовать для определения спина и СР-четности. Для этого существуют два подхода:

1) измерение распределения по косинусу полярного угла θ распадных лептонов по отношению к импульсу Z -бозона;

2) измерение распределения по углу ϕ между плоскостями распадов двух Z -бозонов в системе покоя бозона Хиггса. Так как H распадается в основном на два продольно поляризованных векторных бозона, сечение $d\sigma/d\cos\theta$ должно иметь максимум при $\cos\theta = 0$. В электрослабой модели распределение по углу $\phi \sim (1 + \beta \cos 2\phi)$.

3.9. Стандартная Модель

Стандартной моделью (СМ) называется теория сильных и электрослабых взаимодействий, основанная на калибровочной группе $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.



4. НОВАЯ ФИЗИКА

4.1. Суперсимметрия

Зачем нужно расширять СМ? Ответ дает сама СМ. (V-A) вариант электрослабой теории хорошо «работал» в первом порядке теории возмущений в течение многих лет. Еще в 1939 году Гейзенберг заметил, что проблемы возникали при учете высших порядков теории возмущений: нарушается на масштабе ~ 300 ГэВ ($\sim G_F^{-1/2}$). Позже была выдвинута гипотеза, что это связано с неперенормируемостью 4-фермионного взаимодействия. Неперенормируемость была осознана, но проигнорирована. Глэшоу в 1961 г. предложил $SU(2)\times U(1)$ структуру электрослабой теории. Вайнберг и Салам в калибровочных моделях воспользовались идеей спонтанного нарушения симметрии для генерации масс калибровочных бозонов и фермионов, осознавая при этом, что этот механизм не нарушает неперенормируемости теории, свойственной безмассовой (ненарушенной) теории. Когда в 1971 г. т`Хоофт показал это, то теория Глэшоу–Вайнберга–Салама получила статус, сравнимый со статусом квантовой электродинамики. Но для окончательного утверждения электрослабой теории необходимо экспериментально обнаружить нарушающий симметрию хиггсовский сектор. Однако за такой успех теории «нужно чем-то заплатить». Возникла *проблема иерархий*. Суперсимметрия (SUSY) способна разрешить эту проблему, если массы SUSY партнеров известных частиц не превышают (1–10) ТэВ.

Проблема иерархий

Электрослабый сектор СМ, как обсуждалось в разделе 3, содержит параметр размерности энергии («слабый масштаб») – вакуумное среднее хиггсовского поля

$$v = 246 \text{ ГэВ}. \quad (4.1)$$

Этот параметр в принципе задает масштаб масс в теории. Например, в древесном приближении масса W^\pm :

$$m_W = \frac{gv}{2} \approx 80 \text{ ГэВ}, \quad (4.2)$$

а масса бозона Хиггса

$$m_H = v \sqrt{\frac{\lambda}{2}}, \quad (4.3)$$

где $g - SU(2)$ калибровочная константа, λ – константа хиггсовского потенциала

$$V = -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2, \quad (4.4)$$

причем $\lambda > 0$, $\mu^2 > 0$.

Поле $\phi - SU(2)$ дублет: $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$. Важно отметить, что $\mu^2 > 0$,

так как только в этом случае возможно спонтанное нарушение симметрии. При этом минимум потенциала:

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (4.5)$$

нетривиальный минимум классического потенциала. Этот классический минимум (равновесное значение) интерпретируется как вакуумное среднее (vev) квантового поля. Если $\mu^2 < 0$, то классическое равновесное значение будет в начале координат, $v=0$, и все частицы будут безмассовыми. Это справедливо на древесном уровне (без учета петлевых поправок). Что произойдет, если учесть петлевые поправки? В выборе СМ-перенормируемой теории мы должны получить конечный результат с учетом всех поправок (петель), даже если виртуальные импульсы в петлях устремить к бесконечности. Но это не значит, что в петлевых интегралах типа

$$\int^\Lambda d^4 k f(k, \text{внешние импульсы}) \quad (4.6)$$

надо считать параметр $\Lambda \rightarrow \infty$. Более обоснованно рассматривать СМ как часть более общей теории, которая включает неизвестную «новую физику» при больших энергиях. Параметр Λ – масштаб «новой физики», на котором нужно модифицировать СМ. В конце концов, «новую физику» следует ожидать на масштабах квантовой гравитации. Этот масштаб называют *планковской массой*

$$m_{Pl} = G^{-1/2} \approx 1,2 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}. \quad (4.7)$$

Если m_{Pl} – действительно масштаб «новой физики» вне стандартной модели, то при учете петлевых поправок в СМ возникают серьезные трудности.

Действительно, 4-бозонное взаимодействие в однопетлевом приближении дает вклад в собственную энергию (рис. 4.1).



Рис. 4.1. Диаграмма самовзаимодействия бозона Хиггса

Этот вклад будет порядка $\sim \lambda \int d^4 k \frac{1}{k^2 - m_H^2}$, причем интеграл

расходится квадратично и дает поправку $\lambda \Lambda^2 \phi^+ \phi$ к члену $-\mu^2 \phi^+ \phi$ в потенциале V . Величина μ вряд ли может быть больше нескольких сотен ГэВ. Если же $\Lambda \sim m_{\text{Pl}} \sim 10^{19}$ ГэВ, то однопетлевая поправка к $-\mu^2$ катастрофически больше $(100 \text{ ГэВ})^2$ и положительна!

Поэтому, чтобы получить $-(100 \text{ ГэВ})^2$ после учета всех петлевых поправок, надо стартовать с гигантского отрицательного значения $-\mu^2$ в лагранжиане и надеяться на замечательное сокращение с $-(10^{19} \text{ ГэВ})^2$ до $-(100 \text{ ГэВ})^2$.

Столь тонкая подстройка (fine tuning), включающая параметр μ , влияет не только на массу хиггса бозона $m_H = \sqrt{2}\mu$, но и на массу

W -бозона $m_W = \frac{g\mu}{\sqrt{\lambda}}$, а также на массы всех частиц СМ.

Но почему это нас так заботит, ведь нечто подобное всегда происходит с массовыми слагаемыми в перенормируемых теориях? Эта проблема особо остро стоит в теориях со скалярными частицами (в отличие от теорий только с фермионами и калибровочными бозонами). Примером теории последнего типа является квантовая электродинамика. Аналогом процесса, показанного на рис. 4.1, в КЭД будет процесс, в котором электрон испускает, а затем поглощает фотон. Этому процессу соответствует поправка δm к массе фермиона

$$\delta m \sim \alpha \int \frac{d^4 k}{k^3} \sim \alpha \Lambda . \quad (4.8)$$

При более точном вычислении $\delta m \sim \alpha m \ln \Lambda$. Поэтому даже при $\Lambda \sim 10^{19}$ ГэВ поправка к массе пропорциональна самой массе, $\delta m \sim m$, и в тонкой подстройке параметров (fine tuning) нет необходимости. Почему же получается $\delta m \sim m$? Дело в том, что лагранжиан КЭД при $m \rightarrow 0$ кирально инвариантен. При киральных преобразованиях поля изменяются следующим образом:

$$\psi \rightarrow \exp(i\alpha\gamma_5)\psi \quad (4.9a)$$

для $U(1)$ симметрии и

$$\psi \rightarrow \exp\left(\frac{i\bar{\alpha}\vec{\tau}}{2}\gamma_5\right)\psi \quad (4.9b)$$

для $SU(2)$. Киральная симметрия гарантирует, что все радиационные поправки к массе m , вычисленные в теории возмущений, будут исчезать в пределе $m \rightarrow 0$. Поэтому поправка δm должна быть пропорциональна m , а зависимость от Λ (даже из соображений размерности) может быть только логарифмической.

Что происходит с поправками к массам калибровочных частиц? В КЭД ненарушенная калибровочная симметрия обеспечивает $m_\gamma = 0$ во всех порядках теории возмущений. Иначе говоря, калибровочная инвариантность гарантирует, что члены вида $m_\gamma^2 A^\mu A_\mu$ могут генерироваться в ненарушенной калибровочной теории за счет радиационных поправок.

Можно ли найти симметрию, которая бы, подобно киральной или калибровочной симметрии, контролировала бы поправки к δm^2 – массам скалярных частиц?

Очевидно, что есть фермионные петлевые поправки к $-\mu^2 \phi^+ \phi$, в которых частица ϕ переходит в фермион-антифермионную пару, которая затем аннигилирует в ϕ -частицу. Этот процесс дает следующий вклад

$$(-g_f^2) \int \frac{d^4 k}{k^2} \phi^+ \phi \sim -g_f^2 \phi^+ \phi \Lambda^2. \quad (4.10)$$

Знак этого выражения существенен, поскольку он возникает за счет замкнутой фермионной петли. Тогда общий однопетлевой вклад

$$(\lambda - g_f^2) \Lambda^2 \phi^+ \phi. \quad (4.11)$$

Сразу возникает соблазн приравнять

$$\lambda = g_f^2, \quad (4.12)$$

тогда квадратичная по Λ поправка обратиться в ноль. Именно такое сокращение происходит в SUSY теориях. После сокращения члена с Λ^2 две диаграммы для собственной энергии бозона Хиггса дают

$$\sim \lambda (m_H^2 - m_f^2) \ln \Lambda. \quad (4.13)$$

Эта поправка может быть $\sim m_H^2$, если все бозоны и фермионы теории имеют массы, не превышающие нескольких ТэВ.

Частицы, участвующие в механизме сокращения, должны быть приближенно вырожденными (что указывает на приближенный характер SUSY) и не сильно превышать по массе v (или m_H). Такая «бозон-фермионная симметрия» «предохраняет» массы скалярных мезонов от квадратичных расходимостей.

Таким образом, SUSY стабилизирует иерархию $m_{W,H} \ll m_{\text{Pl}}$ в том смысле, что радиационные поправки не смещают $m_{W,H}$ к большему масштабу Λ .

Заметим, что SUSY – лишь одна из теоретических гипотез, разрешающих проблему иерархий. Другие подходы основаны на идеях техницизма, дополнительных измерений, рассматриваемых ниже.

Другие аргументы в пользу SUSY:

а) есть основания полагать (из аппроксимации данных, описываемых электрослабой теорией), что масса бозона Хиггса $m_H < 200$ ГэВ. В минимальной суперсимметричной модели (MSSM), содержащей два хиггсовских дублета, легкий бозон Хиггса должен быть не тяжелее 140 ГэВ. В СМ содержится ограничение сверху $m_H < 800$ ГэВ.

б) в однопетлевом приближении обратные калибровочные константы $\alpha_1^{-1}(Q^2)$, $\alpha_2^{-1}(Q^2)$, $\alpha_3^{-1}(Q^2)$ СМ зависят линейно от $\ln Q^2$.

Хотя $\alpha_1^{-1}(Q^2)$ уменьшается, а $\alpha_2^{-1}(Q^2)$, $\alpha_3^{-1}(Q^2)$ растут, они не пересекаются, как ожидалось, в одной точке на масштабе $Q^2 \sim (10^{16} \text{ГэВ})^2$. В MSSM такое объединение происходит.

Теоретические основы MSSM

Идея симметрии оказалась весьма плодотворной как в физике вообще, так и в физике частиц. Можно задать вопрос: используются ли в современных квантовых теориях поля все симметрии, совместимые с лоренц-инвариантностью? Обратимся к симметриям зарядов, известных в СМ. Например, электрический заряд

$$Q = e \int d^3 \vec{x} \psi^+ \psi \quad (4.14)$$

или $SU(2)$ – изоспиновый заряд

$$\vec{T} = g \int d^3 \vec{x} \psi^+ \left(\frac{\vec{\tau}}{2} \right) \psi . \quad (4.15)$$

Все эти операторы симметрии являются лоренцевскими скалярами (они не несут лоренцевских индексов, как вектора или спиноры). Если эти операторы действуют на состояние с определенным спином, то они переводят в состояние с тем же спином в пределах мультиплета.

Известен один векторный «заряд» – оператор 4-импульса P_μ , генерирующий пространственно-временные смещения, и чьи собственные значения – сохраняющиеся 4-импульсы. Операторы углового момента относятся к антисимметричным тензорам $M_{\mu\nu}$. Есть ли еще сохраняющиеся тензорные заряды $Q_{\mu\nu}$? Таких зарядов нет.

В самом деле, выберем заряд, действующий на состояние частицы с 4-импульсом p : $Q_{\mu\nu} |p\rangle = (\alpha p_\mu p_\nu + \beta g_{\mu\nu}) |p\rangle$, правая часть записана из соображений ковариантности (наиболее общее выражение из имеющихся тензоров).

Далее выберем двухчастичное состояние $|p^{(1)}, p^{(2)}\rangle$, и предположим, что $Q_{\mu\nu}$ аддитивны, сохраняются и действуют в каждый момент времени, как обычные заряды, лишь на одну частицу:

$$Q_{\mu\nu} |p^{(1)}, p^{(2)}\rangle = (\alpha(p_\mu^{(1)} p_\nu^{(1)} + p_\mu^{(2)} p_\nu^{(2)}) + 2\beta g_{\mu\nu}) |p^{(1)}, p^{(2)}\rangle . \quad (4.16)$$

При упругом рассеянии $1+2 \rightarrow 3+4$ нужно учесть сохранение собственных значений, т.е.

$$p_\mu^{(1)} + p_\mu^{(2)} = p_\mu^{(3)} + p_\mu^{(4)} . \quad (4.17)$$

Кроме того

$$p_{\mu}^{(1)} p_v^{(1)} + p_{\mu}^{(2)} p_v^{(2)} = p_{\mu}^{(3)} p_v^{(3)} + p_{\mu}^{(4)} p_v^{(4)}. \quad (4.18)$$

Общее решение двух последних уравнений $p_{\mu}^{(1)} = p_{\mu}^{(3)}$, $p_{\mu}^{(2)} = p_{\mu}^{(4)}$
или $p_{\mu}^{(1)} = p_{\mu}^{(4)}$, $p_{\mu}^{(2)} = p_{\mu}^{(3)}$.

Эти условия означают, что рассеяние происходит только вперед или только назад. Очевидно, что такое ограничение слишком обременительно.

Вывод: не существует других сохраняющихся операторов (кроме P_{μ} и $M_{\mu\nu}$) с нетривиальными лоренцовскими трансформационными свойствами (не лоренцовских скаляров). Существование операторов P_{μ} и $M_{\mu\nu}$ допускает всевозможные процессы рассеяния. Допущения других законов сохранения слишком ограничивают возможные конфигурации.

Эти рассуждения, однако, не исключают заряды, преобразующиеся при лоренц-преобразованиях, как спиноры, т.е. как фермионные поля ψ . Обозначим такой заряд Q_a , индекс « a » указывает на спинорную компоненту. Для такого заряда

$$Q_a |J\rangle = |J \pm 1/2\rangle. \quad (4.19)$$

Такой оператор не дает вклада в матричный элемент упругого рассеяния $1+2 \rightarrow 3+4$, так как спины частиц не меняются.

Можно ли включить такие спинорные операторы наряду с P_{μ} и $M_{\mu\nu}$ в согласованную алгебраическую схему?

Положительный ответ на этот вопрос в рамках алгебры суперсимметрии был дан Гольфандом и Лихтманом.

Под алгеброй, как обычно, понимается набор коммутационных соотношений между «зарядами», являющимися генераторами соответствующих преобразований симметрии.

Однако «заряды», имеющие спинорный характер, должны антисиммутировать между собой, т.е. алгебра суперсимметрии содержит как коммутационные, так и антисимметрические соотношения.

Как выглядит эта алгебра? Так как спинорные заряды Q_a – операторы симметрии, они коммутируют с гамильтонианом системы:

$[Q_a, H] = 0$, а также антисимметризатор двух зарядов коммутирует с гамильтонианом $[\{Q_a, Q_b\}, H] = 0$.

Заметим, что спинорные Q_a имеют две компоненты, следовательно, симметричный объект $\{Q_a, Q_b\} = Q_a, Q_b + Q_b, Q_a$ имеет три независимых компоненты, т.е. должен преобразовываться как объект со спином 1 (точно так же, как симметричная комбинация двух волновых функций частиц со спином 1/2). Но в релятивистской теории объект со спином 1 должен описываться 4-вектором, а не 3-вектором. Существует лишь один такой сохраняющийся 4-векторный оператор P_μ . Поэтому Q_a должны удовлетворять алгебре, в которой

$$\{Q_a, Q_b\} \sim P_\mu. \quad (4.20)$$

Однако в этом выражении нет баланса индексов справа и слева.

Основная идея SUSY: если произвести два SUSY преобразования, генерируемых операторами Q_a , получаем оператор энергии-импульса, т.е. оператор пространственно-временной трансляции или производную. Грубо говоря, спинорные операторы SUSY Q_a ведут себя как корни квадратные из 4-импульсов или как корни квадратные из производных.

Обсуждая корни квадратные из производных, мы существенно расширили концепцию пространства–времени. Наверное, уместна аналогия с введением $\sqrt{-1}$ и расширением вещественной оси в комплексную плоскость.

Таким образом, мы допускаем, что пространственно-временные координаты значительно расширяются за счет включения других степеней свободы, причем новые степени свободы связаны со стандартными степенями свободы преобразованиями, генерируемыми операторами Q_a . Эти новые степени свободы – фермионные. SUSY расширяет пространство–время до суперпространства, вводя «фермионные» измерения. Часто говорят, что SUSY (если она точная симметрия) приводит к вырожденности мультиплетов бозонов и фермионов.

Спиноры и преобразования Лоренца

Пусть лагранжиан теории содержит набор полей ψ_r (они могут быть бозонами или фермионами) и пусть лагранжиан инвариантен относительно инфинитезимальных преобразований полей

$$\delta_\epsilon \psi_r = -i\epsilon \lambda_{rs} \psi_s, \quad (4.21)$$

по s производится суммирование, λ_{rs} – некоторые постоянные коэффициенты (например, элементы матриц Паули), ϵ – инфинитезимальный параметр.

Преобразования SUSY выглядят похоже, только бозонные поля преобразуются в фермионные

$$\delta_\xi \phi \sim \xi \psi, \quad (4.22)$$

ξ – инфинитезимальный параметр (он должен быть спинором). Число степеней свободы слева и справа в (4.22) должно быть одинаковым.

Простейший пример бозонного поля – нейтральное скалярное поле, имеющее одну вещественную компоненту: $\phi = \phi^+$. С другой стороны, нет фермионного поля с одной компонентой. Спинор имеет, по крайней мере, две компоненты, т.е. нужно рассматривать бозонное поле с двумя степенями свободы, это будет комплексное (заряженное) скалярное поле. Какого типа двухкомпонентное фермионное поле надо подобрать «в пару» к комплексному скалярному полю? Ведь в уравнение Дирака входит не двухкомпонентное, а 4-компонентное поле?

В простейшем варианте SUSY участвует комплексное скалярное поле и двухкомпонентное фермионное поле. Дираковские поля содержат два двухкомпонентных поля (биспиноры). Дело в том, что две «половинки» 4-компонентного дираковского поля по разному ведут себя при преобразованиях Лоренца.

Левая часть (4.22) содержит комплексное скалярное поле (спина 0), причем его как вещественная, так и мнимая компоненты несут спин 0, т.е. они инвариантны относительно преобразований Лоренца.

В правой части (4.22) – двухкомпонентный спинор ψ (спины 1/2), который инвариантен относительно преобразований Лоренца, но ξ – тоже двухкомпонентный спинор. Как выбрать ξ , чтобы обе части (4.22) имели одинаковые трансформационные свойства?

Начнем с уравнения Дирака в импульсном пространстве

$$E\psi = (\vec{\alpha}\vec{p} + \beta m)\psi. \quad (4.23)$$

Выберем представление матриц

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & -\vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.24)$$

Тогда гамма-матрицы имеют вид

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.25)$$

В этих выражениях $\vec{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ – матрицы Паули.

Представим поле в следующем виде

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

тогда для уравнения Дирака получим

$$\begin{aligned} (E - \vec{\sigma}\vec{p})\psi &= m\chi, \\ (E + \vec{\sigma}\vec{p})\chi &= m\psi. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Заметим, что при $m \rightarrow 0$ $\vec{\sigma}\vec{p} = E\Psi_0$ и $E \rightarrow |\vec{p}|$. В безмассовом пределе

$$\left(\frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{|\vec{p}|} \right) \Psi_0 = E\Psi_0. \quad (4.28)$$

Это уравнение означает, что Ψ_0 – собственное состояние оператора спиральности $\frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{|\vec{p}|}$ с собственным значением +1 (положительная спиральность). Соответственно, в безмассовом пределе соотношение (4.27) характеризует состояние χ_0 с отрицательной спиральностью.

При $m \neq 0$ ψ и χ не являются собственными состояниями спиральности – массовый член их смешивает. Именно эти двухкомпонентные спиноры ψ и χ имеют вполне определенные лоренцовские трансформационные свойства, и их используют при построении суперсимметричных теорий.

Поля ψ и χ , не являясь собственными состояниями спиральности, будут собственными состояниями оператора γ_5 . Действительно,

$$\gamma_5 \begin{pmatrix} \Psi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Эти два собственных γ_5 -состояния можно построить из первоначального поля ψ , используя проекционные операторы

$$P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.30)$$

$$P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.31)$$

Тогда

$$P_R \Psi = \begin{pmatrix} \Psi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_L \Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix}. \quad (4.32)$$

Легко проверить, что $P_R P_L = 0$, $P_R^2 = P_L^2 = 1$. Собственные состояния γ_5 называются киральностями: ψ имеет киральность $+1$, χ имеет киральность -1 . По не совсем удачной терминологии, киральность $+1$ обозначается через R (правая киральность), а киральность -1 – через L (левая), несмотря на то, что ψ и χ при $m \neq 0$ не являются собственными состояниями спиральности.

ψ и χ обладают вполне определенными лоренцовскими трансформационными свойствами. Лоренцовские преобразования включают в себя два типа: вращения и сдвиги. Достаточно рассмотреть инфинитезимальные преобразования, которые можно определить по их действию на 4-вектор, например, на 4-вектор энергии-импульса $\{E, \vec{p}\}$. При инфинитезимальном 3-мерном вращении

$$E \rightarrow E' = E \quad (4.33a)$$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p}' = \vec{p} - \vec{\epsilon} \times \vec{p}, \quad (4.33b)$$

где $\vec{\epsilon} = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3\}$ – три инфинитезимальных параметра, определяющие вращение.

При преобразованиях сдвига:

$$E \rightarrow E' = E - \vec{\eta} \cdot \vec{p}, \quad (4.34a)$$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p}' = \vec{p} - \vec{\eta} E, \quad (4.34b)$$

где $\vec{\eta} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$ – три инфинитезимальных скорости.

Таким образом, ψ и χ преобразуются следующим образом:

$$\psi \rightarrow \psi' = \left(1 + i \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\sigma}}{2} - \frac{\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}}{2} \right) \psi, \quad (4.35a)$$

$$\chi \rightarrow \chi' = \left(1 + i \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\sigma}}{2} + \frac{\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}}{2} \right) \chi. \quad (4.35b)$$

Именно эти трансформационные свойства спиноров ψ и χ используются для построения SUSY моделей.

Представления SUSY

В простейшем случае имеется один спинорный генератор Q_a (а также сопряженный ему генератор \tilde{Q}_a). В этом случае говорят об $N=1$ суперсимметрии. Если $N > 1$, то SUSY называется расширенной.

Чтобы построить представление SUSY алгебры, которое является состоянием частицы, выберем некоторое состояние с заданной энергией E и спиральностью λ : $|E, \lambda\rangle$. Подействуем на это состояние оператором Q , получим состояние с той же энергией (генератор SUSY коммутирует с P_μ), но с другой спиральностью:

$$Q|E, \lambda\rangle = |E, \lambda + 1/2\rangle. \quad (4.36)$$

Повторное действие оператора Q даст ноль: имеется два состояния – одно бозонное и одно фермионное (для $N=1$ SUSY).

В любой SUSY число фермионных состояний равно числу бозонных состояний. Например:

- 1) пусть $\lambda = 0$, тогда состояние $\lambda' = \pm 1/2$ содержит один комплексный скаляр и один спинор с двумя спиральными состояниями;
- 2) если $\lambda = 1/2$, то состояние $\lambda' = 1, 0$ содержит спинорное и векторное поля.

Минимальная суперсимметричная стандартная модель (MSSM)

Важно отметить, что SUSY преобразования не действуют на $SU(3)_c$, $SU(2)_L$ или $U(1)_Y$ степени свободы. Рассмотрим, например,

электронное поле e_L . Электрон входит в $SU(2)_L$ дублет вместе с его партнером ν_{eL} :

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}. \quad (4.37)$$

Этот дублет требует наличия SUSY партнеров – бозонов со спином 0, образующих другой $SU(2)_L$ дублет. В СМ это хиггсовский дублет

$$\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (4.38a)$$

или его зарядово-сопряженный дублет

$$\begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}. \quad (4.38b)$$

Но эти хиггсовские дублеты не несут лептонного числа (которое будем предполагать сохраняющимся). Нельзя допускать, чтобы некоторые частицы SUSY мультиплета несли сохраняющееся квантовое число, а другие – нет. Поэтому нужны новые частицы – партнеры к дублету (4.37):

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \text{партнер} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

где $\tilde{\nu}$ – скалярный партнер нейтрино (снейтрино) и \tilde{e} – скалярный партнер электрона (сэлектрон). Аналогично должны быть смюон, стау-лептон и их снейтрино. Все они принадлежат киральному супермультиплету и $SU(2)_L$ -дублетам.

Как насчет夸克ов? Они образуют триплет $SU(3)_c$ цветовой калибровочной группы, в стандартной модели других триплетов нет. Поэтому нужны новые скалярные партнеры夸克ов (скварки), являющиеся цветовыми триплетами и входящие в киральный супермультиплет.

Как обсуждалось в главе 3, электрослабые взаимодействия лептонов и夸克ов – «киральные», т.е. L - и R -части взаимодействуют по-разному: L -части относятся к $SU(2)$ -дублетам, а R -части – $SU(2)$ -синглеты. Поэтому нужны скалярные партнеры для L - и R -частей. Например, (e_R, \tilde{e}_R) , (u_R, \tilde{u}_R) , (d_R, \tilde{d}_R) и т.д., а также

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}, \dots \quad (4.40)$$

Мы пока ничего не говорили о поле SUSY со спином 1. Это поле принадлежит к векторному (или калибровочному) супермультиплету, ассоциированному с безмассовым векторным полем (с двумя степенями свободы), которое называется калибрином. У калибринов квантовые числа относительно калибровочной группы такие же, как для калибровочных бозонов. Для получения суперсимметричной КХД нужно ввести октет глюино, $SU(2)_L$ -триплет (вино и зино), а также фотино. После нарушения $SU(2)_L$ -симметрии (a la Higgs) получается три фермионных партнера W^\pm, Z^0 – соответственно $\tilde{W}^\pm, \tilde{Z}^0$ и фотино $\tilde{\gamma}$.

Наконец, хиггсовский сектор. Мы не можем найти хиггсовскому дублету известного фермионного партнера, т.е. нужно ввести хиггино – фермионный аналог, входящий в киральный супермультиплет. Отметим, что для построения суперсимметричной стандартной модели необходимо ввести два отдельных хиггсовский дублета:

$$H_u : \quad \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tilde{H}_u^+ \\ \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix}, \quad (4.41a)$$

$$H_d : \quad \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tilde{H}_d^0 \\ \tilde{H}_d^0 \end{pmatrix}. \quad (4.41b)$$

В SUSY моделях число бозонных степеней свободы равно числу фермионных степеней свободы. В СМ имеется 22 бозонных и 96 фермионных (с учетом правых нейтрино) степеней свободы, т.е. СМ несуперсимметрична. Для каждой частицы вводится суперпартнер. Если бы SUSY была точной, то суперпартнёры имели бы те же массы. Отсутствие SUSY объясняется тем, что их массы очень велики, т.е. SUSY должна быть нарушенной.

В табл. 4.1 приведен состав минимальной суперсимметричной стандартной модели.

Минимальная суперсимметричная модель содержит два комплексных хиггсовских дублета, т.е. всего 8 вещественных скалярных полей. После электрослабого нарушения симметрии остается

пять физических хиггсовских бозонов: три нейтральных (два СР-четных h , H и один СР-нечетный A), пара заряженных бозонов Хиггса H^\pm . На древесном уровне хиггсовский сектор MSSM полностью определяется двумя параметрами. Обычно выбирают массу m_A (СР-нечетного бозона Хиггса) и $\tan\beta$ – отношение вакуумных средних двух хиггсовских дублетов. Радиационные поправки сильно изменяют древесные предсказания, особенно для легчайшего СР-четного бозона Хиггса, масса которого на древесном уровне $\geq m_Z$. Петлевые поправки чувствительны к массе t -кварка, массе скалярных частиц и смешиванию в секторе стоп-кварка. С учетом петлевых поправок, масса легкого хиггсовского бозона h ограничена сверху значением 135 ГэВ. Поэтому легкий бозон Хиггса MSSM будет нелегко отличить от бозона Хиггса СМ.

Таблица 4.1

Суперполе	Бозоны	Фермионы
Калибровочные G^a V^k V^1	глюон g^a $W^k (W^\pm, Z)$ гиперзарядный $B(\gamma)$	глюино \tilde{g}^a вино, зино $\tilde{W}^k (\tilde{W}^\pm, \tilde{Z})$ бино $\tilde{B}(\tilde{\gamma})$
Материя $\begin{cases} L_i \\ E_i \end{cases}$ Q_i U_i D_i	слептоны $\begin{cases} \tilde{L}_i = (\tilde{v}, \tilde{e})_L \\ \tilde{E}_i = \tilde{e}_R \end{cases}$ скварки $\tilde{Q}_i = (\tilde{u}, \tilde{d})_L$ $\tilde{U}_i = \tilde{u}_R$ $\tilde{D}_i = \tilde{d}_R$	лептоны $\begin{cases} L_i = (v, e)_L \\ E_i = e_R \end{cases}$ кварки $Q_i = (u, d)_L$ $D_i = d_R$ $D_i = d_R$
Хиггсовские поля H_1 H_2	бозоны Хиггса $\begin{cases} H_1 \\ H_2 \end{cases}$	хиггсино $\begin{cases} \tilde{H}_1 \\ \tilde{H}_2 \end{cases}$

Заряженные хиггсовские бозоны связаны с массой m_A древесным соотношением $m_{H^\pm}^2 = m_W^2 + m_A^2$ и не очень чувствительны к радиационным поправкам. Прямые поиски заряженных хиггсов в распадных модах $H^\pm \rightarrow \tau\nu$ и $H^\pm \rightarrow cs$ на LEP дали ограничения $m_{H^\pm} \geq 78,6$ ГэВ.

Поиск хиггсовских бозонов MSSM на LHC

Как уже отмечалось, свойства хиггсовских бозонов MSSM определяются значениями m_A и $\tan\beta$ и радиационными поправками, а также характером смешивания в секторе стоп-кварка. В сценарии максимального смешивания h и A практически вырождены по массе вплоть до $m_A \approx 125$ ГэВ. При больших $\tan\beta$ усиливается связь бозонов Хиггса с b -кварком, поэтому каналом поиска является:

$$pp \rightarrow b\bar{b}h / A \rightarrow b\bar{b}\mu^+\mu^- . \quad (4.42)$$

Основной фон – от распада $Z \rightarrow \mu^+\mu^-$. Поэтому необходима идентификация b -струй.

Поиск тяжелых H и A . При больших $\tan\beta$ усиlena связь H и A с фермионами down-типа. Доминирующую роль играет ассоциированное рождение хиггсовских частиц с $b\bar{b}H / A \rightarrow b\bar{b}bb$. Кроме того, дает вклад процесс $b\bar{b}H / A \rightarrow b\bar{b}\tau\tau$. Для $b\bar{b}\tau\tau$ конечных состояний нужны точная идентификация b -струй и регистрация τ . Для масс $m_A < 400$ ГэВ особенно информативны процессы с одним адронным и одним лептонным распадами.

В области малых $\tan\beta$ тяжелые хиггсовские бозоны могут быть обнаружены по их распадам на легкие хиггсовские бозоны. Например, в модах $H \rightarrow hh$ и $A \rightarrow Zh$.

Конечные состояния для поиска распада $H \rightarrow hh$ – моды $b\bar{b}\gamma\gamma$, $b\bar{b}\tau\tau$ и $b\bar{b}bb$. Мода $b\bar{b}\gamma\gamma$ могла бы быть очень привлекательной, однако относительная вероятность распада весьма невелика.

Мода $A \rightarrow Zh$ может изучаться по конечным состояниям $Zh \rightarrow llb\bar{b}$ и $Zh \rightarrow b\bar{b}bb$. Для $m_A > 2m_t$ и $\tan\beta \sim 1$ относительные вероятности распадов $H \rightarrow t\bar{t}$ и $A \rightarrow t\bar{t}$ близки к 100%. Однако из-

за близости масс m_A и m_H разделить их по распадам на $t\bar{t}$ экспериментально невозможно.

Заряженные хиггсовские бозоны. На LHC заряженный хиггсовский бозон может быть зарегистрирован несколькими способами. При $m_{H^\pm} < m_t - m_b$ хиггсовский бозон рождается в распадах $t \rightarrow H^\pm b$.

Если H^\pm тяжелее t -кварка, он рождается в процессе $gg \rightarrow H^\pm tb$ (или $gb \rightarrow H^\pm t$). Кроме того, H^\pm рождаются в процессах типа Дрелла–Яна: $gg, q\bar{q} \rightarrow H^+ H^-$, а также в ассоциированном рождении с W : $q\bar{q} \rightarrow H^\pm W^\mp$. Предполагая, что SUSY спектр содержит тяжелые частицы, заряженные H^\pm распадается только на частицы стандартной модели.

При малых $\tan\beta$ и $m_{H^\pm} < m_t$ основные каналы распада $H^\pm \rightarrow t\nu, cs, Wh$ и $t^* b$.

Для $m_{H^\pm} > m_t$ доминантной модой является $H^\pm \rightarrow tb$ (особенно при малых $\tan\beta$).

4.2. Альтернатива SUSY: «малый хиггс» (MX)

За год до начала работы LHC природа электрослабого нарушения симметрии остается неясной. Экспериментальные данные (LEP, ТэВатрон) свидетельствуют о том, что электрослабая симметрия нарушается одним или более хиггсовскими дублетами. Однако фундаментальные скалярные частицы испытывают радиационную нестабильность масс, и это указывает на наличие «новой физики» при энергиях порядка ТэВа.

Предположим, что электрослабые экспериментальные данные свидетельствуют о том, что никаких новых частиц вне стандартной модели (за исключением хиггсовских дублетов) с массами, меньшими электрослабого масштаба, нет. Тогда физику на электрослабом масштабе можно описать «эффективной стандартной моделью», имеющей тот же состав, что и СМ, а «новая физика» параметризуется многомерными операторами, подавленными масштабом «новой

физики» $\Lambda \geq 1$ ТэВ. Многомерные операторы можно классифицировать по тем симметриям, которые они нарушают. Такими симметриями могут быть симметрии, связанные с барионным и лептонным числами (B и L), СР и симметрии ароматов. Можно экспериментальные данные, связанные с нарушением симметрий, соотнести с масштабом нарушения (табл. 4.2).

Эти границы подразумевают, что физика на ТэВ-ном масштабе сохраняет B , L симметрию ароматов и СР симметрию с высокой точностью.

Можно ли добавить «новую физику» на ТэВ-ном масштабе к СМ, которая стабилизирует массу бозона Хиггса, но не нарушает указанных выше границ?

Чтобы уяснить требования на «новую физику», рассмотрим снова источник нестабильности массы бозона Хиггса. В СМ присутствуют три наиболее «опасные» радиационные поправки к массе бозона Хиггса: однопетлевые диаграммы с t -кварками, $SU(2)$ -калибровочными бозонами и хиггсовские петли (рис. 4.2).

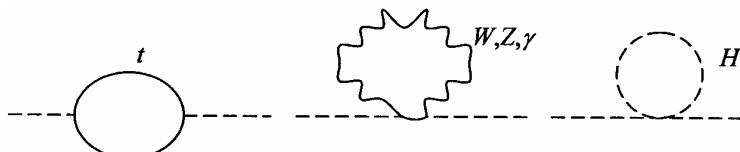


Рис. 4.2. Радиационные поправки к массе бозона Хиггса

Все другие диаграммы дают малые вклады, поскольку они включают малые константы связи.

Если предположить, что СМ остается справедливой вплоть до масштабов $\Lambda \sim 10$ ТэВ, три указанные диаграммы дают вклад в $(m_H)^2$ (табл. 4.3).

Полный квадрат массы бозона Хиггса включает сумму этих вкладов, а также квадрат массового параметра в древесном приближении. Чтобы получить значение массы бозона Хиггса на уровне электрослабого масштаба, надо выбрать масштабы обрезаний:

Таблица 4.2

Нарушенная симметрия	Масштаб Λ
B, L	10^{13} ТэВ
аромат (1, 2 поколения), СР	1000 ТэВ
аромат (2, 3 поколения)	50 ТэВ

$$\Lambda_{\text{top}} \leq 2 \text{ ТэВ}; \quad \Lambda_{\text{калибр}} \leq 5 \text{ ТэВ}; \quad \Lambda_{\text{хиггс}} \leq 10 \text{ ТэВ}. \quad (4.43)$$

Таблица 4.3

		Вклад
$t:$	$-\frac{3}{8\pi^2} \lambda_t^2 \Lambda^2$	$\sim -(2 \text{ ТэВ})^2$
$W, Z, \gamma:$	$\frac{9}{64\pi^2} g^2 \Lambda^2$	$\sim (700 \text{ ГэВ})^2$
хиггс:	$\frac{1}{16\pi^2} \lambda_t^2 \Lambda^2$	$\sim (500 \text{ ТэВ})^2$

Как видно, стандартная модель с обрезанием на уровне энергий тэватрона (~ 1 ТэВ) весьма естественна, и не удивительно, что мы не наблюдаем новой физики.

Однако СМ с обрезанием порядка масштаба энергии LHC, уже требует точной подгонки (fine tuning), поэтому и ожидается проявление новой физики при энергиях LHC.

Можно ожидать появление новой физики, которая обрезает расходящиеся петли t -кварка на масштабе ~ 2 ТэВ. В слабосвязанной теории это означает, что существуют частицы с массой ~ 2 ТэВ. Эти частицы должны быть связаны с бозоном Хиггса, порождать новые петлевые диаграммы, сокращающие вклад t -петель. Чтобы сокращение было естественным, новые частицы должны быть связаны с t -кварком некоторой симметрией, подразумевающей, что новые частицы имеют квантовые числа, подобные t -кварку. В случае SUSY – это стоп-кварк.

Аналогично, чтобы сократить вклад петель от $SU(2)$ калибровочных бозонов, необходимо иметь новые частицы, также связанные симметрией с калибровочными бозонами СМ. Причем сокращение будет естественным, если масса новых частиц ≤ 5 ТэВ. Наконец, расходящаяся петля бозона Хиггса требует новых частиц с массой ≤ 10 ТэВ. Сейчас известно несколько альтернатив SUSY, техни цвет, дополнительные измерения и малый хиггс.

В моделях МХ считается, что бозон Хиггса – псевдо-намбу-голдстоуновский бозон (PNGB). Как будет видно, в этих теориях масса хиггсовского бозона за счет глобальных симметрий, приво-

дящих к сдвигу хиггсовских полей, не содержит однопетлевых квадратичных расходимостей.

Намбу-голдстоуновские бозоны (NGB)

NGB возникают при спонтанном нарушении непрерывной глобальной симметрии. Если «остаточная» симметрия точная, то NGB – строго безмассовые и имеют связи с другими частицами через производные.

Обсудим пример $U(1)$ -симметрии.

Рассмотрим теорию с одним комплексным скалярным полем ϕ и потенциалом $V = V(\phi^* \phi)$. Кинетический член $\partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi$ и потенциал считаем инвариантным относительно $U(1)$ преобразования:

$$\phi \rightarrow e^{i\alpha} \phi. \quad (4.44)$$

Если минимум потенциала находится не в нуле, а в точке f , как в случае потенциала «мексиканской шляпы», то $U(1)$ -симметрия спонтанно нарушена вакуумом (рис.4.3).

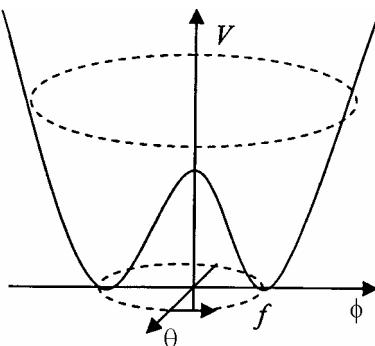


Рис. 4.3. Потенциал, спонтанно нарушающий симметрию $U(1)$

Разложим поле возле вакуумного значения:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(f + r(x)) \exp\left[\frac{i\theta(x)}{f}\right], \quad (4.45)$$

$r(x)$ – массивная радиальная мода, $\theta(x)$ – NGB. Фактор $\frac{1}{\sqrt{2}}$ необходим для канонической нормировки кинетического слагаемого в лагранжиане.

Радиальное поле r инвариантно относительно $U(1)$ преобразований симметрии (4.44), а поле NGB θ испытывает сдвиг:

$$\theta \rightarrow \theta + \alpha' \quad (4.46)$$

Говорят, что $U(1)$ симметрия нелинейно реализована.

Предположим, что мы интегрируем по массивному полю r . Мы должны быть уверены, что результирующий эффективный лагранжиан для NGB $\theta(x)$ не содержит массового члена поля $\theta(\chi)$, поскольку сдвиговая симметрия (4.46) подавляет все независящие от производных связи $\theta(\chi)$.

Неабелев пример NGB

Обобщая этот результат на спонтанно нарушенные неабелевы симметрии, получаем по одному NGB на каждый нарушенный генератор. Например, предположим нарушение $SU(N) \rightarrow SU(N-1)$ за счет вакуумного среднего поля ϕ . Число нарушенных генераторов в этом случае: $[N^2 - 1] - [(N-1)^2 - 1] = 2N - 1$. NGB удобно записать в виде:

$$\phi = \exp \left\{ \frac{i}{f} \begin{pmatrix} \ddots & & \ddots \\ & 0 & \\ \ddots & & \ddots \\ \hline \pi_1^+ & \cdots & \pi_{N-1}^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \vdots \\ \pi_{N-1} \\ \hline \pi_0 / \sqrt{2} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ f \end{pmatrix} = e^{\frac{i\pi}{f}} \phi_0, \quad (4.47)$$

причем поле π_0 – вещественное, а поля π_1, \dots, π_{N-1} – комплексные.

Как преобразуются NGB?

Положим для простоты $f = 1$, тогда из (4.47) следует параметризация $\phi = e^{i\pi} \phi_0$. Рассмотрим сначала ненарушенные $SU(N-1)$ преобразования:

$$\phi \rightarrow U_{N-1} \phi = (U_{N-1} e^{i\pi} U_{N-1}^+) U_{N-1} \phi_0 = e^{i(U_{N-1} \pi U_{N-1}^+)} \phi_0, \quad (4.48)$$

где учтено, что $U_{N-1} \phi'_0 = \phi_0$.

Таким образом, NGB преобразуются линейно относительно $SU(N-1)$:

$$\pi \rightarrow U_{N-1} \pi U_{N-1}^+. \quad (4.49)$$

Поэтому ненарушенные преобразования $SU(N-1)$ можно представить в виде:

$$U_{N-1} = \begin{pmatrix} \hat{U}_{N-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.50)$$

Вещественный NGB π^0 преобразуется как синглет, а остальные $(N-1)$ комплексные NGB преобразуются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 0 & | & \bar{\pi} \\ \bar{\pi}^+ & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow U_{N-1} \begin{pmatrix} 0 & | & \bar{\pi} \\ \bar{\pi}^+ & | & 0 \end{pmatrix} U_{N-1}^+ = \begin{pmatrix} 0 & | & \hat{U}_{N-1} \bar{\pi} \\ \bar{\pi}^+ \hat{U}_{N-1}^+ & | & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.51)$$

Видно, что $\bar{\pi} \rightarrow \hat{U}_{N-1} \bar{\pi}$, то есть $\bar{\pi}$ преобразуется как фундаментальное представление $SU(N-1)$.

Относительно нарушающих симметрию преобразований:

$$\begin{aligned} \phi \rightarrow U \exp(i\pi) \phi_0 &= \exp \left\{ i \begin{pmatrix} 0 & \bar{\alpha} \\ \bar{\alpha}^+ & 0 \end{pmatrix} \right\} \exp \left\{ i \begin{pmatrix} 0 & \bar{\pi} \\ \bar{\pi}^+ & 0 \end{pmatrix} \right\} \phi_0 = \\ &= \exp \left\{ i \begin{pmatrix} 0 & \bar{\pi}' \\ \bar{\pi}'^+ & 0 \end{pmatrix} \right\} U_{N-1}(\bar{\alpha}, \bar{\pi}) \phi_0 = \exp \left\{ i \begin{pmatrix} 0 & \bar{\pi}' \\ \bar{\pi}'^+ & 0 \end{pmatrix} \right\} \phi_0. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Таким образом, относительно нарушающих симметрию преобразований NGB испытывают сдвиг:

$$\bar{\pi} \rightarrow \bar{\pi}' = \bar{\pi} + \bar{\alpha}. \quad (4.53)$$

Как и в случае $U(1)$, симметрия относительно сдвигов подразумевает, что NGB могут иметь связи только через производные.

Эффективный лагранжиан NGB

Запишем наиболее общий эффективный лагранжиан, включающий только безмассовые NGB поля. На этом пути становится очевидным представление поля ϕ через экспоненту: относительно $SU(N)$ преобразований π преобразуется довольно сложно, однако ϕ преобразуется просто. Наиболее общий вид эффективного лагранжиана следующий

$$L = \text{const} + f^2 |\partial_\mu \phi|^2 + O(\partial^4), \quad (4.54)$$

причем коэффициент при втором слагаемом выбран так, чтобы поле π имело каноническое кинетическое слагаемое в лагранжиане.

Построение малого Хиггса: случай $SU(3)$

Рассмотрим нарушение симметрии $SU(3) \rightarrow SU(2)$ с NGB

$$\pi = \begin{pmatrix} -\eta/2 & & h \\ & \eta/2 & \\ \hline h^+ & & \eta \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

Заметим, что h является дублетом относительно ненарушенной $SU(2)$, как это требуется в стандартной модели Хиггса. Кроме того, h – NGB, поскольку он испытывает сдвиг относительно нарушенных $SU(3)$ преобразований. Поле η – синглэт по $SU(2)$, которым мы в дальнейшем будем пренебречь.

Чтобы увидеть, какие взаимодействия мы получим для поля h , разложим

$$\phi = \exp \left\{ \frac{i}{f} \begin{pmatrix} 0 & h \\ h^+ & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} - \frac{1}{2f} \begin{pmatrix} 0 \\ h^+ h \end{pmatrix}. \quad (4.56)$$

Поэтому

$$f^2 |\partial_\mu \phi|^2 = |\partial_\mu h|^2 + \frac{|\partial_\mu h|^2 h^+ h}{f^2}, \quad (4.57)$$

а это хиггсовский кинетический член, а также взаимодействие, подавленное масштабом нарушения симметрии f .

Поскольку лагранжиан содержит неперенормируемые взаимодействия, он пригоден только для «низкоэнергетической» физики. Чтобы определить параметр обрезания Λ , на котором теория становится сильно связанный (т.е. с константой связи ≥ 1), нужно вычислить петлевую поправку и определить, на каком масштабе она становится сравнимой с вкладом древесной диаграммы. Самый подходящий способ – поместить квадратично расходящийся однопетлевой вклад в кинетический член за счет второго слагаемого в

(4.57). Обрезая расходимость на масштабе Λ , находим, что перенормированный кинетический член пропорционален

$$\frac{1}{f^2} \frac{\Lambda^2}{16\pi^2}. \quad (4.58)$$

Поэтому $\Lambda < 4\pi f$.

Итак, что же мы получили? У нас есть теория, содержащая «хиггсовский дублет», преобразующийся относительно глобальной $SU(2)$. Этот бозон Хиггса – NGB, то есть безмассовый. Он имеет неперенормируемые взаимодействия, подавленные масштабом f , которые становятся сильными на масштабе $\Lambda = 4\pi f$. Вследствие сдвиговой симметрии нет диаграмм (расходящихся или нет), которые могли бы сформировать массу h .

Конечно, теория еще слишком далека от того, чтобы мы желали: NGB имеют связи только посредством производных, следовательно, нет калибровочных взаимодействий, юкавских связей и потенциала типа ϕ^4 . Любые из этих взаимодействий нарушают сдвиговую симметрию: $h \rightarrow h + \text{const}$. Как же ввести взаимодействия, чтобы не вызвать появления квадратичных расходимостей?

Калибровочные взаимодействия

Оказывается, ввести $SU(2)$ калибровочные взаимодействия h весьма непросто. Для этого нужно выбрать две копии NGB ϕ_1 и ϕ_2 . Как мы ожидаем, не должно быть квадратичных расходимостей, и только одна линейная комбинация полей ϕ , «поглощается».

Чтобы это увидеть, параметризуем

$$\phi_1 = \exp\left(\frac{i\pi_1}{f}\right)\left(\begin{array}{c} \\ f \end{array}\right), \quad \phi_2 = \exp\left(\frac{i\pi_2}{f}\right)\left(\begin{array}{c} \\ f \end{array}\right), \quad (4.59)$$

считая вакуумные средние поля ϕ_1 и ϕ_2 одинаковыми $f_1 = f_2 = f$.

Лагранжиан

$$L = \left| D_\mu \phi_1 \right|^2 + \left| D_\mu \phi_2 \right|^2. \quad (4.60)$$

Два члена с взаимодействием создают два набора квадратично-расходящихся диаграмм, представленных на рис. 4.4, которые дают

$$\frac{g^2}{16\pi^2} \Lambda^2 (\phi_1^+ \phi_1 + \phi_2^+ \phi_2) = \frac{g^2}{16\pi^2} \Lambda^2 (f^2 + f^2), \quad (4.61)$$

то есть потенциал взаимодействия для NGB отсутствует. При этом только одна линейная комбинация π_1 и π_2 «поглощается». Чтобы это обнаружить, заметим, что каждый набор диаграмм содержит только одно поле ϕ . Поэтому диаграммы те же, что и в теории с одним полем ϕ , когда все NGB поглощаются. Поэтому ни ϕ_1 , ни ϕ_2 не получают потенциал.

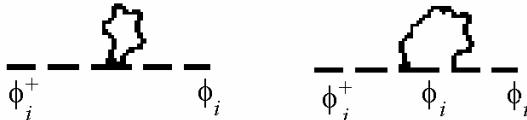


Рис. 4.4. Поправки к потенциальному взаимодействию для одного поля

Эти аргументы не применимы, когда рассматриваются диаграммы, содержащие как ϕ_1 , так и ϕ_2 (рис. 4.5).



Рис. 4.5. Поправки к потенциальному взаимодействию для двух полей

Эта диаграмма дает

$$\frac{g^4}{16\pi^2} \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right) |\phi_1^+ \phi_2|^2, \quad (4.62)$$

этот вклад зависит от h , но не содержит квадратичной расходимости.

Чтобы обнаружить зависимость от хиггсовского поля, выберем удобную параметризацию

$$\phi_1 = \exp \left\{ i \begin{pmatrix} k & \\ k^+ & \end{pmatrix} \right\} \exp \left\{ i \begin{pmatrix} h & \\ h^+ & \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} f \\ \end{pmatrix}, \quad (4.63)$$

$$\phi_2 = \exp \left\{ i \begin{pmatrix} k & \\ k^+ & \end{pmatrix} \right\} \exp \left\{ i \begin{pmatrix} h & \\ h^+ & \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} f \\ \end{pmatrix}. \quad (4.64)$$

Поле k можно исключить $SU(3)$ калибровочным преобразованием, оно соответствует поглощенным NGB. Поле h нельзя одновременно исключить из ϕ_1 и ϕ_2 , то есть оно физическое. Тогда

$$\begin{aligned} |\phi_1^+ \phi_2| &= (0 \quad f) \exp \left\{ -\frac{2i}{f} \begin{pmatrix} h \\ h^+ \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} = \\ &= \left[f^2 \begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix} - 2if \begin{pmatrix} h & \\ h^+ & \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} h^+ h & \\ & h^+ h \end{pmatrix} + \dots \right] = f^2 - 2h^+ h + \dots \end{aligned} \quad (4.65)$$

Как видно, соотношение (4.62) содержит квадрат массы поля h

$$\frac{g^4}{16\pi^2} \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right) f^2. \quad (4.66)$$

Это значение будет порядка $\sim v^2$ для константы g , равной константе связи $SU(2)$ и $f \sim 1$ ТэВ.

Теория двух комплексных триплетов, которые оба нарушают $SU(3) \rightarrow SU(2)$, автоматически содержит хиггсовский дублет псевдо-NGB, который не получает квадратично расходящихся вкладов в массу. Имеются только конечные и логарифмически расходящиеся вклады. Причем масса бозона Хиггса имеет естественный масштаб v .

Как понять отсутствие однопетлевых квадратичных расходимостей в массе h , исходя из симметрийных соображений? В отсутствие калибровочных взаимодействий теория содержит два нелинейных сигма-поля, каждое из которых обеспечивает спонтанное нарушение глобальной симметрии $SU(3)$ до $SU(2)$. При таком нарушении имеется 10 нарушенных генераторов, то есть 10 NGB. Калибровочные связи нарушают некоторые из глобальных симметрий. Например, связи типа

$$L \sim |g A_\mu \phi_1|^2 + |g A_\mu \phi_2|^2 \quad (4.67)$$

нарушают две независимых $SU(3)$ симметрии до диагональной $SU(3)$, которая калибруется.

Как мы уже отмечали, наиболее значительная расходимость возникает за счет t -кварковой петли. Попытаемся построить сектор частиц, гарантирующий сокращение этой расходимости. Для этого расширим кварковые дублеты до триплетов $\psi = (t, b, T)$, преобразующихся относительно калибровочной группы $SU(3)$. Кварковые синглеты остаются теми же t^c и b^c , но добавим к T дираковского партнера T^c .

Таким образом, модель малого хиггса (простейшая версия) основана на калибровочной группе $SU(3)_{\text{color}} \times SU(3)_{\text{weak}} \times U(1)_\chi$ с тремя поколениями, преобразующимися следующим образом

$$\begin{aligned}\psi_Q &= (3, 3)_{1/3}, & \psi_L &= (1, 3)_{-1/3}, \\ d^c &= (\bar{3}, 1)_{1/3}, & e^c &= (1, 1)_1, \\ 2 \times u^c &= (\bar{3}, 1)_{-2/3}, & n^c &= (1, 1)_0.\end{aligned}\quad (4.68)$$

Триплеты ψ_Q и ψ_L содержат кварковые и лептонные дублеты СМ, синглеты u^c, d^c, e^c, n^c . $SU(3)_{\text{weak}} \times U(1)_\chi$ симметрия нарушена вакуумными средними скалярных полей $\phi_1 = \phi_2 = (1, 3)_{-1/3}$.

Коллайдерная феноменология моделей малого хиггса

Независимо от конкретной реализации модели малого хиггса, их спектр на ТэВном масштабе включает вектороподобный夸克, необходимый для сокращения расходности, связанной с t -кварком, а также набор новых калибровочных бозонов, сокращающий W/Z петли. Некоторые модели малого хиггса (MX) содержат дополнительные частицы в ТэВной области (скаляры, фермионы и калибровочные бозоны), но их существование не связано с механизмом MX, они добавлены для полноты модели.

В модели MX имеются *четыре* новых калибровочных бозона W_H^\pm, W_H^3 и B_H .

На адронных коллайдерах эти бозоны рождаются посредством их связи с кварками. На LHC W_H бозоны могли бы рождаться при $q\bar{q}$ аннигиляции. Каналы распада W_H^3 : l^+l^- , $q\bar{q}$, Zh , W^+W^- . Очевидно, что наиболее информативная мода $W_H^3 \rightarrow l^+l^-$ ($l=e,\mu$).

Что касается W_H^\pm , то их каналы распада

$$\begin{aligned}W_H^\pm &\rightarrow l^\pm\nu, W^\pm h; \\ W^\pm &\rightarrow l^\pm\nu, h \rightarrow b\bar{b}.\end{aligned}\quad (4.69)$$

Бозон B_H можно ожидать в e^+e^- столкновениях на ILC ($\sqrt{s}=500$ ГэВ): $e^+e^- \rightarrow B_H$.

Феноменология тяжелого T -кварка

Как уже говорилось, в моделях МХ должен существовать вектороподобный цветной фермион в ТэВной области масс (точнее $m_T < 2$ ТэВ). На LHC T -кварк мог бы рождаться в процессах $gg \rightarrow T\bar{T}$ и $q\bar{q} \rightarrow T\bar{T}$, а также возможно рождение одного T за счет $bq \rightarrow Tq'$.

Возможные каналы распада

$$\begin{aligned} T &\rightarrow th, \\ T &\rightarrow tZ^0, \\ T &\rightarrow bW^+, \end{aligned} \tag{4.70}$$

кроме того, если B_H достаточно легкий, то возможен распад $T \rightarrow t B_H$.

4.3. Внешние (дополнительные) измерения

Возможность существования дополнительных пространственных измерений рассматривалась более 80 лет назад. Калуца и Клейн с помощью компактного пятого измерения пытались объединить электромагнетизм и теорию гравитации Эйнштейна. В этой схеме фотон возникал из дополнительных компонент метрики. Эта деятельность оживилась последние 10 лет при попытках объединения гравитации и калибровочных взаимодействий. Дополнительные измерения стали фундаментальной составной частью теории струн, которая согласованно формулируется в пространствах 10 и 11 измерений. Предположим сначала, что дополнительные измерения свернуты (компактифицированы) в многообразие малого радиуса с размером порядка планковской длины $l_{Pl} \approx 10^{-33}$ см и, таким образом, недоступны для эксперимента. Как известно, эффекты квантовой гравитации становятся существенными на масштабе планковской массы $m_{Pl} \approx 10^{19}$ ГэВ.

Планковская масса настолько велика, что у нас мало шансов когда-либо исследовать эту энергетическую область. С теоретической точки зрения, в этом заключается фундаментальная проблема. Однопетлевые поправки к массе физического бозона Хиггса квадратично расходятся:

$$\delta m_H^2 = \frac{1}{8\pi^2} (\lambda_H^2 - \lambda_F^2) \Lambda^2 + (\log \text{расходится}) + \text{конечная часть}, \quad (4.71)$$

где λ_H – константа самовзаимодействия хиггсовского поля; λ_F – константа связи с фермионами.

Кажется естественным выбрать параметр обрезания $\Lambda \approx m_{\text{Pl}}$ или на уровне масштаба большого объединения $m_{\text{GUT}} \approx 10^{16}$ ГэВ. Но тогда, чтобы получить $m_H^2 \approx v^2$, нужно подобрать параметры в (4.71) с точностью $\sim 10^{15}$! Причем это нужно сделать в каждом порядке теории возмущений. Введение обрезания Λ в стандартной модели выглядит неубедительным.

Последние исследования, основанные на группе симметрии $E_8 \times E_8$, предполагают, что некоторые, если не все, дополнительные измерения могли бы иметь размер, гораздо больший l_{Pl} . Но тогда возникают вопросы: как величины могут быть дополнительные измерения, чтобы они не противоречили наблюдаемым данным? как они могли бы проявлять себя? Оказывается, что размер дополнительных измерений мог бы составлять миллиметры. Это возможно в том случае, если наблюдаемый мир ограничен 4-мерной гиперповерхностью (браной), «погруженной» в многомерное пространство. При этом дополнительные измерения проявляются лишь в гравитационных взаимодействиях. Очень важно, что в моделях с большими дополнительными измерениями масштаб квантовой гравитации гораздо меньше m_{Pl} , даже близок к v (!). Таким образом, возникает альтернативное решение проблемы иерархии.

Обратимся к простейшей модели с одним дополнительным измерением.

Одно дополнительное измерение

Что можно узнать о внешних измерениях из классических рассмотрений и общих принципов?

Рассмотрим случай безмассовой частицы, движущейся в 5-мерном пространстве и предположим, что имеет место 5-мерная Лоренц-инвариантность. Тогда квадрат 5-импульса частицы:

$$p^2 = 0 = g_{AB} p^A p^B = p_0^2 - \vec{p}^2 \pm p_5^2, \quad (4.72)$$

где $g_{AB} = \text{diag}(1, -1, -1, -1, \pm 1)$ – 5-мерный метрический тензор (определенный инвариантным интервалом $ds^2 = g_{AB}dx^A dx^B$); p_0 – энергия частицы; \vec{p}^2 – квадрат трехмерного импульса и p_5 – импульс вдоль 5-го измерения.

Заметим, что *a priori* мы не знаем знак метрического тензора для 5-го измерения: выбор $+(-)$ соответствует времени-подобному (пространственно-подобному) дополнительному измерению.

Можно переписать $p^2 = 0$ в более традиционной форме $p_0^2 - \vec{p}_2^2 = p_\mu p^\mu = \mp p_5^2$ и напомнить, что все известные нам частицы обладают лоренц-инвариантностью, т. е. $p_\mu p^\mu = m^2$ – квадрат массы частицы. Если выбрать времени-подобное дополнительное измерение, то знак квадрата массы частицы оказывается отрицательным, т.е. частица – тахион. Тахионы, как известно, весьма «опасны» для теории даже на классическом уровне, поскольку вызывают серьезные проблемы с причинностью. Поэтому дополнительное измерение предпочтительнее выбрать пространственно-подобным. Вообще, чтобы избежать проблемы тахионов, надо все дополнительные измерения считать пространственно-подобными.

Рассмотрим случай безмассового скалярного поля в плоском 5-мерном пространстве. Его уравнение движения задается 5-мерным уравнением Клейна–Гордона:

$$\partial_A \partial^A \phi = (\partial_\mu \partial^\mu - \partial_y^2) \phi(x, y) = 0, \quad (4.73)$$

где y соответствует дополнительному измерению.

Предположим, что поле $\phi(x, y)$ допускает разделение переменных, т.е. его можно представить в виде: $\phi = \sum_n \chi_n(y) \phi_n(x)$. Подставляя это разложение в уравнение Клейна–Гордона, получим:

$$\sum_n (\chi_n \partial_\mu \partial^\mu \phi_n - \phi_n \partial_y^2 \chi_n) = 0. \quad (4.74)$$

Если положить $\partial_y^2 \chi_n = -m_n^2 \chi_n$, то получается уравнение:

$$\sum_n \chi_n (\partial_\mu \partial^\mu + m_n^2) \phi_n = 0. \quad (4.75)$$

Это уравнение для 4-мерных скалярных полей с массами m_n . Этот набор состояний с различными массами называют «башнями Калуцы–Клейна». Поскольку состояния нумеруются набором целых чисел n , соответствующие уровни дискретны. В принципе, можно заменить сумму интегралом, трактуя n как непрерывную переменную.

Пока будем считать n дискретным и запишем действие (интеграл от лагранжиана) для безмассового 5-мерного скаляра (считая, что $y_1 < y < y_2$):

$$S = \int d^4x \int_{y_1}^{y_2} dy \frac{1}{2} \partial_A \phi \partial^A \phi. \quad (4.76)$$

Заметим, что $\partial_A \phi \partial^A \phi = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \partial_y \phi \partial^y \phi$. Тогда подынтегральная функция в (4.76) содержит двойную сумму:

$$\sum_{nm} [\chi_n \chi_m \partial_\mu \phi_n \partial^\mu \phi_m - \phi_n \phi_m \partial_y \chi_n \partial_y \chi_m]. \quad (4.77)$$

Предположим, что набор χ_n ортонормирован, т.е.:

$$\int_{y_1}^{y_2} dy \chi_n \chi_m = \delta_{nm}. \quad (4.78)$$

Тогда, кинетическое слагаемое (первое в (4.77)) сводится после интегрирования к одной сумме и принимает вид $\sum_n \partial_\mu \phi_n \partial^\mu \phi_n$, это

сумма кинетических слагаемых для 4-мерных скаляров.

Что касается второго слагаемого в (4.77), если провести интегрирование по частям и использовать граничные условия:

$$\chi_m \partial_y \chi_n \Big|_{y_1}^{y_2} = 0 \quad (4.79)$$

и потребовать

$$\partial_y^2 \chi_n = -m_n^2 \chi_n, \quad (4.80)$$

то получим эффективное действие 4-мерной теории:

$$S = \int d^4x \frac{1}{2} \sum_n [\partial_\mu \phi_n \partial^\mu \phi_n - m_n^2 \phi_n^2]. \quad (4.81)$$

А это есть сумма действий для независимых 4-мерных скаляров с массами m_n , т.е. состояний Калуцы–Клейна (КК).

Поля χ_n можно рассматривать как волновые функции различных КК состояний в 5-ом измерении, и в нашем примере это просто гармонические функции: $\chi_n = A_n e^{im_n y} + B_n e^{-im_n y}$.

Какие значения могут принимать m_n , A_n и B_n ? Это зависит от граничных условий (4.79).

Обратимся к примеру из квантовой механики. Напомним уравнение Шредингера (УШ) для свободной частицы, движущейся вдоль оси x . Оно имеет ту же форму, что и уравнение (4.80). Поскольку направление x бесконечно, т.е. некомпактно, решение УШ:

$$\Psi \sim A' e^{ipx} + B' e^{-ipx}, \quad (4.82)$$

где p – импульс частицы, способный принимать произвольные непрерывные значения. Говорят, что в этом случае импульс не квантуется, поскольку пространство некомпактно.

Рассмотрим теперь случай частицы в потенциальной яме, в которой потенциал равен нулю для $0 < y < \pi L$ и бесконечен вне этого интервала. Так как физическая область имеет конечный размер, она компактна. Решение внутри ямы имеет форму (4.82), как и для свободной частицы или поля χ_n , но оно должно зануляться на границах. Эти граничные условия определяют A' и B' таким образом,

что решение имеет вид: $\sim \sin \frac{ny}{L}$, а импульс квантуется

$p = \frac{n}{L}$ ($n = 1, 2, \dots$). Очевидно, что эти две ситуации полностью аналогичны пятому измерению, которое либо бесконечно (т.е. некомпактно), либо конечно (т.е. компактно).

Будем предполагать, что внешние измерения компактны. Для плоского пятого измерения массы КК состояний $m_n = \frac{n}{L}$, т. е. массы велики, если размер внешних измерений мал. Можно думать, что пока внешние измерения не наблюдаются, так как их размер мал, а массы КК состояний слишком велики, чтобы быть наблюдаемыми на коллайдерах. Заметим, что нет решений, соответствующих безмассовым частицам ($n=0$ нулевые моды).

Существуют и другие граничные условия, которые могут быть важными. В квантовой механике, например, рассматривается дви-

жение частицы по кругу, при этом квантуется угловой момент. В 5-ти мерном случае можно себе представить, что это измерение – цикл: S^1 – одномерная сфера радиуса R , при этом точки $y = -\pi R$ и $y = \pi R$ считаются отождествленными. Это – так называемые периодические граничные условия. В этом случае массы КК состояний $m_n = \frac{n}{R}$, а решения имеют вид:

$$A_n \cos \frac{ny}{R} + B_n \sin \frac{ny}{R}, n = 1, 2, \dots \quad (4.83)$$

Заметим снова, что из-за периодических граничных условий безмассовые моды отсутствуют.

Можно несколько изменить решение, определив оператор четности на интервале $-\pi R < y < \pi R$, который переводит $y \rightarrow -y$. Это Z_2 операция. Собственные функции волнового уравнения должны учитывать Z_2 -симметрию. Решения должны быть или Z_2 четными ($\sim \cos \frac{ny}{R}$), или Z_2 -нечетными ($\sim \sin \frac{ny}{R}$). Нужно отметить, что только Z_2 -четные состояния имеют нулевые моды.

Такая геометрия называется S^1/Z_2 – это орбифолд – многообразие с дискретной симметрией, идентифицирующей различные точки многообразия (в нашем примере y и $-y$). Орбифолд S^1/Z_2 интересен с точки зрения рассматриваемых ниже внешних измерений.

До сих пор рассматривалось лишь 5-мерное скалярное поле. Как на счет других 5-мерных полей?

Вспомним, как в специальной теории относительности (СТО) 3-мерные векторы и скаляры рассматриваются в качестве 4-мерных полей. Поскольку 4-вектор содержит 3-вектор и 3-мерный скаляр, то 5-мерное безмассовое калибровочное поле (с тремя поляризованными состояниями) содержит *два* КК-поля. Одно соответствует 4-мерному калибровочному полю (с двумя поляризационными состояниями), а другое – 4-мерному скалярному полю.

Действительно, в $(4+n)$ измерениях калибровочное поле будет распадаться на 4-мерные КК состояния плюс n различных скалярных состояний.

Мы знаем из предыдущего обсуждения, что КК моды (за исключением нулевой) массивны. Но как массивное калибровочное поле может иметь лишь два поляризационных состояния?

Рассмотрим для простоты 5-мерный случай. Оказывается возможным провести калибровочное преобразование, исключающее КК-поля. При этом калибровочное поле, вследствие механизма Хиггса, приобретает продольную компоненту. Скалярные моды идентифицируются с гольстоуновскими бозонами. В унитарной (физической) калибровке безмассовые 5-мерные калибровочные поля становятся 4-мерными калибровочными полями.

Чтобы увидеть, как такое разложение калибровочных полей «работает» практически, рассмотрим безмассовое калибровочное поле с пятым измерением, компактифицирующимся на орбифолде S^1/Z_2 . Можно видеть, что вторая компонента полей КК Z_2 -четна и

обладает 5-мерной волновой функцией $\sim \cos \frac{ny}{R}$. В то же время КК скаляры Z_2 -нечетны и обладают волновой функцией $\sim \sin \frac{ny}{R}$. Отметим отсутствие $n=0$ скалярной моды в силу Z_2 -симметрии орбифолда.

Если мы применим механизм Хиггса ко всем $n > 0$ калибровочным КК полям, то они станут массивными 3-компонентными калибровочными полями с массами $m_n = \frac{n}{R}$ «поглотивших» их скалярных партнеров. Однако нулевая мода остается безмассовой, поскольку нет гольстоуновского бозона, который она могла бы «поглотить».

В четырех измерениях безмассовость нулевых мод означает, что калибровочная инвариантность не нарушена. Таким образом, орбифолдные граничные условия весьма удобны с точки зрения генерации безмассовых мод и проявления калибровочной инвариантности. Можно преобразовать эти орбифолдные граничные условия для калибровочных полей в простые соотношения

$$\partial_y A_n^\mu \Big| = 0, \quad A_n^5 \Big| = 0. \quad (4.84)$$

Интересно, что физика меняется при изменении граничных условий. Вместо орбифолда рассмотрим компактификацию на интервал $0 \leq y \leq \pi R$ и выберем граничные условия следующим образом:

$$\begin{cases} A_n^\mu = \partial_y A_n^5 = 0 \text{ при } y = 0, \\ A_n^5 = \partial_y A_n^\mu = 0 \text{ при } y = \pi R. \end{cases} \quad (4.85)$$

Тогда $A^\mu \sim \sin \frac{m_n y}{R}$, и безмассовые моды отсутствуют. После механизма Хиггса все 4-мерные калибровочные КК поля приобретают массы

$$m_n = \frac{(n+1/2)}{R}, \quad (4.86)$$

при этом калибровочная инвариантность нарушена. Этот простой пример показывает, как граничные условия нарушают калибровочные симметрии. Эта техника используется для объяснения нарушения симметрии без введения хиггсовских полей.

Как можно разложить другие многомерные поля? В качестве простейшего примера выберем гравитационное поле в 5 измерениях, характеризующееся симметричным тензором h^{AB} , который при переходе к четырем измерениям разлагается следующим образом: $h^{AB} \rightarrow (h^{\mu\nu}, h^{\mu 5}, h^{55})_n$. Индекс n относится к КК модам. Если компактификация происходит на S^1/Z_2 , оставляя нулевую моду безмассовой, то тогда для $n > 0$ все $h^{\mu 5}$ и h^{55} поля «поглощаются», генерируя массивный КК гравитон, а также поля с пятью поляризационными состояниями. Для $n = 0$ нет $h^{\mu 5}$, который мог быть «поглощен», поэтому наряду с безмассовым гравитоном остается безмассовый скаляр h^{55} . Это поле называется *радионом*, оно соответствует флуктуациям размера внешних измерений.

d дополнительных измерений

Этот подход основан на гипотезе $(4 + d)$ -мерного псевдоевклидова пространства

$$E_{4+d} = M_4 \times K_d, \quad (4.87)$$

где M_4 – 4-мерное пространство–время, а K_d – d -мерное компактифицированное пространство с характерным размером R . Поскольку

пространство E_{4+d} является прямым произведением пространств, метрику выбираем в виде

$$ds^2 = \hat{G}_{MN}(\vec{x}) d\hat{x}^M d\hat{x}^N = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \gamma_{mn}(x, y) dy^m dy^n. \quad (4.88)$$

Чтобы интерпретировать теорию как эффективно 4-мерную, поле $\hat{\phi}(x, y)$, зависящее от обеих координат, представим в виде разложения Фурье на компактифицированном пространстве:

$$\hat{\phi}(x, y) = \sum_n \phi^{(n)}(x) Y_n(y), \quad (4.89)$$

где $Y_n(y)$ – нормированные собственные функции оператора Лапласа Δ_{K_d} в пространстве K_d :

$$\Delta_{K_d} Y_n(y) = \frac{\lambda_n}{R^2} Y_n(y). \quad (4.90)$$

Коэффициенты $\phi^{(n)}(x)$ фурье-разложения (4.89) называют модами Калуцы–Клейна в пространстве d измерений. Они играют роль полей эффективной 4-мерной теории. Массы этих полей:

$$m_n^2 = m^2 + \frac{\lambda_n}{R}, \quad (4.91)$$

где R – радиус компактифицированного измерения. Константа связи $g_{(4)}$ 4-мерной теории связана с константой связи $g_{(4+d)}$ первоначальной теории соотношением:

$$g_{(4)} = \frac{g_{(4+d)}}{V_{(d)}}, \quad (4.92)$$

где $V_{(d)} \sim R^d$ – объем пространства дополнительных измерений.

Большие дополнительные измерения. Модель ADD

Сценарий больших внешних измерений был предложен Аркани–Димопулосом–Двали (ADD) для решения проблемы иерархий: почему планковская масса много больше электрослабого масштаба? ADD предложили, что мы (и все частицы СМ) живем на 4-мерной гиперповерхности, называемой браной. Гравитация же распространяется и на $(4+n)$ -мерный объем, например n – тор T^n . Этую брану удобно расположить в «начале координат» внешних измерений $y=0$.

Тогда теорема Гаусса позволяет связать планковскую массу в четырех измерениях с $(4+n)$ -мерным масштабом M_{Pl} :

$$m_{\text{Pl}}^2 = V_n M_{\text{Pl}}^{n+2}, \quad (4.93)$$

где V_n – объем n -мерного компактифицированного пространства. Масштаб M_{Pl} можно рассматривать как истинный масштаб, поскольку именно он входит в многомерное действие.

Возможно ли, чтобы M_{Pl} была по величине равной нескольким ТэВ, решив тем самым проблему иерархий? Для этого надо знать V_n – объем пространства. В качестве примера рассмотрим тор T^n со всеми радиусами, равными R . Тогда $V_n = (2\pi R)^n$. Зная m_{Pl} и предполагая, что M_{Pl} будет порядка нескольких ТэВ, можно оценить величину R . Прежде чем это сделать, рассмотрим «поведение» гравитации во внешних измерениях.

Если выбрать две массы, разделенные расстоянием r в $(4+n)$ измерениях, то сила притяжения между ними будет зависеть как от r , так и от радиуса R . Если $r \gg R$, то очевидно, что внешние измерения ненаблюдаемы. В этом случае, по Ньютону, $F_{\text{grav}} \sim \frac{1}{r^2}$.

В пропорциональном пределе $r \ll R$ эффекты $(4+n)$ -мерного пространства должны стать очевидными настолько, что «мы» не сможем определить, компактифицированы ли внешние измерения. С помощью теоремы Гаусса в этом случае получим $F_{\text{grav}} \sim \frac{1}{r^{n+1}}$.

Очевидно, что для наблюдения отклонения от закона Ньютона надо иметь $r \sim R$, то есть R не может быть слишком большим. Предположим $n=1$, тогда с помощью соотношения (4.93) получим

$$R \approx 10^{13} \text{ см.} \quad (4.94)$$

Это масштаб расстояния от Земли до Солнца. На этих масштабах, как мы знаем, закон Ньютона выполняется с большой точностью, то есть $n=1$ надо исключить. К счастью, размер R быстро уменьшается с ростом n , для $n=2$ $R \sim 100$ мкм. Это как раз масштаб, до которого в настоящее время проверен закон тяготения. Если n возрастает дальше, R становится слишком малым, чтобы наблюдать какие-либо отклонения от $1/r^2$ поведения.

Таким образом, АДД модель будет работать для $n \geq 2$. Насколько большим может быть n ?

Если мы верим в теорию суперструн, то $n < 7, 8, 9$.

Если допустить все же $n \approx 30$, то $M_{\text{Pl}}R \sim 1$, при $n \leq 15$ $R^{-1} \ll M_{\text{Pl}} \sim$ нескольких ТэВ. Почему важны эти оценки? Причины этого следующие.

1. Почему мы требуем, чтобы поля СМ находились на бране? Если какие-либо поля СМ распространяются вне браны, то они должны иметь КК моды. Поскольку массы КК полей $\sim 1/R$, и они не наблюдались до сих пор на коллайдерах, то следует предположить, что $1/R \geq 100$ ГэВ. Для любого варианта теории с $n < 10$ это условие не выполнимо.

Следовательно, если мы верим в струны, то поля СМ должны оставаться на бране.

2. Поскольку гравитоны распространяются вне браны, их массы

$$m_{\text{KK}}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{l_i^2}{R^2}, \text{ где } l_i - \text{целые числа, нумерующие импульсы полей}$$

КК для i -го внешнего измерения. Как уже отмечалось выше, для не слишком больших n эти массы очень малы по сравнению с 1 ТэВ.

До сих пор предполагалось, что все внешние измерения имеют одинаковый радиус, но это не обязательно. Пусть среди n измерений $(n-p)$ имеют радиус R_1 , а p измерений радиус R_2 . Тогда:

$$m_{\text{Pl}}^2 = (2\pi)^n R_1^{(n-p)} R_2^p M_{\text{Pl}}^{(n+2)}. \quad (4.95)$$

Пусть $R_2^{-1} \sim M_{\text{Pl}}$, тогда $m_{\text{Pl}}^2 = R_1^{(n-p)} M_{\text{Pl}}^{(n-p)+2}$, т.е. в этом случае имеем лишь $(n-p)$ «больших» измерений.

Таким образом, мы могли бы иметь 7 внешних измерений, как предполагается в модели струн, но лишь 4 из них были бы большими. Если бы поля СМ существовали в этих p малых внешних измерениях, то их КК поля имели бы массы в области ТэВ.

Как гравитационные КК поля взаимодействуют с полями СМ на бране? Оказывается, что КК гравитон связан с полями СМ на бране, как обычный гравитон (нулевая мода):

$$L = -\frac{1}{m_{\text{Pl}}} \sum_n G_n^{\mu\nu} T_{\mu\nu}, \quad (4.96)$$

где $G_n^{\mu\nu}$ – КК гравитонные поля в унитарной калибровке, $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии импульса полей СМ на бране. Поскольку имеется, по

крайней мере, два внешних измерения, то можно ожидать, что векторные поля $G_n^{\mu i}$ ($i = 1, \dots, n$) связаны с частицами стандартной модели. Однако реально такая связь отсутствует в силу симметрийных аргументов, так как брана СМ находится при $y=0$.

Как внешние измерения модели ADD могли бы проявляться на коллайдерах?

Следует отметить два важных проявления.

Первый способ – испускание гравитона КК при столкновении двух частиц СМ. Например, как в $q\bar{q}$ столкновении с рождением глюона или e^+e^- столкновении с рождением фотона.

В этих процессах возможно испускание гравитационных КК состояний полями СМ. Но из-за слабой связи гравитонов КК с полями СМ сечение такого процесса будет чрезвычайно малым. Кроме того, гравитон после своего рождения не рассеивается и не распадается в веществе детектора. Поэтому его можно пытаться зарегистрировать косвенно, по «missing» энергии.

Существует и другой способ (тоже косвенный) обнаружения гравитона КК в ADD модели: гравитоны могут быть обменными частицами при столкновении частиц СМ. Например, процессы $q\bar{q} \rightarrow gg$ или $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ могут происходить за счет обмена одним КК промежуточным состоянием. Амплитуда обмена одним промежуточным КК состоянием мала, но поскольку этих состояний много, сечение уже не пренебрежимо мало.

Можно ли выделить эффекты обмена гравитонами на фоне других процессов? Если использовать поляризованные пучки, то процессы $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, W^+W^- можно подавить, используя угловые распределения продуктов реакции.

Прежде чем обратиться к другой модели внешних измерений, раскроем небольшой «секрет» модели ADD. Первоначально она была задумана для разрешения проблемы иерархий. Однако эта модель одно большое отношение заменяет другим:

$$RM_{Pl} \sim \left(\frac{m_{Pl}^2}{M_{Pl}^2} \right)^{1/n}. \quad (4.97)$$

Другая модель, к обсуждению которой мы приступаем, гораздо больше соответствует этой цели.

Искаженные внешние измерения

Это модель L. Randall и R. Sundrum (RS). В этой модели предполагается существование только одного внешнего измерения, компактифицирующего на орбифолд S^1/Z_2 . При этом существует две браны: одна при $y=0$ (планковская брана), а другая – при $y = \pi r_c$ (ТэВная брана или брана СМ) с двумя фиксированными точками орбифолда. Метрика RS модели выбирается в виде:

$$ds^2 = e^{-2\sigma(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dy^2, \quad (4.98)$$

где $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ – обычная метрика пространства Минковского, $\sigma(y)$ – *a priori* неизвестная функция. Такой тип геометрии называется «нефакторизуемым», так как метрика 4-мерного подпространства зависит от y . В простейшей версии RS модели считается, как и в модели ADD, что поля СМ «живут» на ТэВной бране, в то время как гравитация «живет» повсюду.

Однако в отличие от ADD имеется космологическая константа в 5-мерном объеме, и обе браны имеют различные напряжения. Решения 5-ти мерных уравнений Эйнштейна определяют величину $\sigma = K(y)$, где K – размерный параметр. Основное предположение RS модели состоит в том, что нет большой иерархии масс, т.е. $K \sim M_{Pl}$, где M_{Pl} – 5-мерная фундаментальная планковская масса.

В самом деле, решив уравнения Эйнштейна, подставив их в действие и проинтегрировав по y , получим

$$m_{Pl}^2 = \frac{M_{Pl}^3}{K} \left(1 - e^{-2\pi K r_c} \right). \quad (4.99)$$

Как мы увидим ниже, фактор искажения $e^{-2\pi K r_c}$ будет очень малой величиной, а это значит, что M_{Pl} и K сравнимы по величине, и проблема иерархий снимается. Если вычислить Риччи-кривизну для такого 5-мерного пространства, то она будет постоянной: $R_5 = -20K^2$, т.е. величина K является мерой постоянной кривизны этого пространства. Пространство с постоянной отрицательной

кривизной называется антидеситтеровским пространством (в данном случае AdS_5). Из-за присутствия экспоненциального «искажающего» фактора это пространство называют искаженным пространством.

Заметим, если масштаб кривизны слишком мал, например, если обратный радиус кривизны становится больше 5-мерной планковской массы, то доминируют эффекты квантовой гравитации, и наше рассмотрение становится неадекватным. Это означает, что нужно потребовать $|R_5| \leq M_{Pl}^2$ или $\frac{K}{M_{Pl}} \leq 0,1$.

Обратимся теперь к наиболее привлекательной особенности RS модели.

Предполагается, что все размерные параметры в действии имеют массовые масштабы $M_{Pl} \sim m_{Pl} \sim K$, и нет проблем с точной настройкой параметров. Однако «искажающий» фактор перемасштабируется при изменении y так, что все массы на бране стандартной модели становятся порядка 1 ТэВ. Это означает, что если имеется некоторый массовый параметр m в действии и который $\sim m_{Pl}$, на ТэВной бране он будет принимать за счет фактора $e^{-2\pi Kr_c}$ редуцированное значение.

Если $Kr_c \approx 11$ (малая иерархия), то этот экспоненциальный фактор редуцирует массы порядка 10^{19} ГэВ к значениям порядка 1 ТэВ. Таким образом, отношение слабого масштаба к m_{Pl} объясняется экспоненциальным фактором, а другого большого отношения в RS модели не возникает. Тем самым разрешается проблема иерархий.

Каким образом это «искажение» проявляется?

Рассмотрим пример хиггсовского поля на ТэВной бране

$$S = \int d^4x dy \sqrt{-g} \left(g^{\mu\nu} \partial_\mu H^+ \partial_\nu H^- - \lambda (H^2 - v_0^2)^2 \right) \cdot \delta(y - \pi r_c), \quad (4.100)$$

где g – определитель метрического тензора, λ – константа связи, v_0 – вакуумное среднее хиггсовского поля, которое в силу философии RS модели порядка m_{Pl} .

Поскольку $\sqrt{-g} = e^{-4K|y|}$ и $g^{\mu\nu} = e^{2K|y|} \eta^{\mu\nu}$, то можно в (4.100) вычислить интеграл по y :

$$S = \int d^4x \left(e^{-2\pi Kr_c} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu H^+ \partial_\nu H^- - \lambda e^{-4\pi Kr_c} (H^2 - v_0^2)^2 \right). \quad (4.101)$$

Чтобы получить канонически нормированное хиггсовское поле, переопределим $H \rightarrow e^{\pi K_r} h$. Тогда действие

$$S = \int d^4x \left(\partial_\mu h^+ \partial_\nu h \cdot \eta^{\mu\nu} - \lambda (H^2 - v_0^2 e^{-2\pi K_r})^2 \right). \quad (4.102)$$

Отсюда видно, что вакуумное среднее, наблюдаемое на ТэВной бране, не v_0 , а $v_0 e^{-2\pi K_r} \sim \text{ТэВ}$.

Замечательно, что хиггсовское поле приобретает необходимое вакуумное среднее, стартуя с действия, в котором все параметры $\sim m_{Pl}$! Это наиболее интересное предсказание RS модели.

Хотя гравитоны имеют спин 2, их массы и волновые функции идентичны случаю скалярного поля, который гораздо проще для анализа. Действительно, обратимся к уравнению Клейна–Гордона в искривленном пространстве

$$\left(\sqrt{-g}\right)^{-1} \partial_A \left(\sqrt{-g} g^{AB} \partial_B \phi\right) = 0. \quad (4.103)$$

После разделения переменных согласно КК-разложению получим

$$e^{-2K|y|} \partial_y \left(e^{-2K|y|} \partial_y \chi_n \right) = m_n^2 \chi_n, \quad (4.104)$$

которое сводится к уравнению для пространства нулевой кривизны (плоскому пространству) при $K \rightarrow 0$. Решением уравнения (4.104) для волновых функций χ_n является линейная комбинация функций Бесселя J_2 и Y_2 (а не синусов и косинусов, как для плоского пространства).

В этом случае массы КК мод:

$$m_n S = x_n K e^{-\pi K r_c}, \quad (4.105)$$

где x_n – корни уравнения $J_1(x_n) = 0$, $x_n = 0; 3,83; 7,01, \dots$

Поскольку $K e^{-\pi K r_c} \simeq$ нескольких сотен ТэВ, то КК гравитонные массы имеют ТэВный масштаб.

Возвращаясь к 5-мерному эйнштейновскому действию и подставляя в него волновые функции КК состояний, определим их связь с полями СМ на ТэВной бране

$$L = - \left(\frac{G_0^{\mu\nu}}{m_{Pl}} + \sum_{n>0} \frac{G_n^{\mu\nu}}{\Lambda_\pi} \right) T_{\mu\nu}, \quad (4.106)$$

где $\Lambda_\pi = m_{Pl} e^{-\pi K r_c} \sim 1 \text{ ТэВ}$.

Как видно из (4.106), обычные гравитонные нулевые моды связаны с полями стандартной модели так же, как в ADD модели, но все высшие КК моды имеют вследствие искажающего фактора большие константы связи

Таким образом, имеется ТэВный гравитон КК, который может рождаться на коллайдерах как резонанс со спином два.

Модель RS имеет только два свободных параметра: масса легчайшего КК возбуждения m_1 и отношение K/m_{Pl} .

Кажется удивительным, почему в RS модели константа связи нулевой моды очень слабая, а для других мод – гораздо сильнее. Величина константы связи КК моды с полями СМ на ТэВной бране пропорциональна величине 5-мерной волновой функции при $y = \pi r_c$. В плоском случае, обсуждавшемся выше, волновые функции гравитонов КК пропорциональны $\cos(ny/R)$ и принимают одинаковые значения для всех n . В случае искривленного пространства комбинации J_2, Y_2 бесселевых функций ведут себя по-разному при $x_n = 0$, т.е. для нулевой моды. Для нулевой моды 5-мерная волновая функция имеет пик на планковской бране, т.е. ее величина очень мала на ТэВной бране. Противоположное утверждение справедливо для других КК мод.

Универсальные внешние измерения

Обратимся снова к случаю, когда имеется одно плоское ТэВномасштабное внешнее измерение как в модели ADD, но с другим радиусом компактификации. Тогда можно поместить все поля СМ в эту часть объема, и они будут иметь КК возбуждения. Это – сценарий универсальных внешних измерений (UED). Для простоты можно считать, что внешнее измерение имеет топологию S^1/Z_2 . Массы КК полей

$$m_{\text{KK}}^2 = m_{\text{CM}}^2 + \frac{n^2}{R^2}, \quad (4.107)$$

где m_{CM} – массы частиц СМ, R – радиус компактного измерения. Если $R^{-1} \approx 300 \div 500$ ГэВ, то имеется сильное вырождение КК уровней.

В теории с только периодическими граничными условиями как при компактификации на S^1 величина импульса во внешних измерениях сохраняется в любом процессе. В UED моделях за счет радиационных поправок граничные условия изменяются, и вышеупомянутый закон сохранения нарушается. Вместо этого имеется дискретный закон сохранения, называемый КК четностью и характеризуемый величиной $(-1)^n$, где n – номер уровня КК.

Экспериментальное исследование формы внешних измерений

Уже более 20 лет струнные теории являются наиболее универсальными кандидатами на роль единой теории всех взаимодействий. Однако самосогласованность струнных теорий требует пространства с девятью пространственными измерениями. Поскольку наблюдается только три пространственных измерения, то нужно предполагать, что остальные шесть измерений – компактны и имеют очень малый размер R . При этом на расстояниях, больших R , эффекты внешних измерений ненаблюдаются. Поскольку внешние измерения компакты, любая функция от этих измерений – периодическая, и ее можно разложить в ряд Фурье. На расстояниях больших R существенны лишь нулевые моды в этом разложении, которые не зависят от внешних измерений. До последнего времени возможности экспериментального детектирования внешних измерений не рассматривались, поскольку значения $1/R$ таковы, что энергий современных ускорителей явно недостаточно.

Если энергия частицы растет, то ее комптоновская длина волны уменьшается и может стать меньше инвариантного радиуса частицы, при котором становятся сильными гравитационные эффекты. Это происходит при планковских энергиях и планковских длинах $\sim 10^{-33}$ см. Если радиус компактификации $\sim l_{Pl}$, то это весьма далеко от возможностей современных ускорителей. В последние годы появились теории, в которых размер внешних измерений может быть большим и составлять, как мы видели, миллиметры.

В пространстве с внешними измерениями гравитационное взаимодействие уже не ведет себя обратно пропорционально квадрату радиуса. Например, в пространстве с четырьмя пространственными

измерениями оно ведет себя как $\sim 1/R^3$, а в пространстве с пятью измерениями $\sim 1/R^4$. Эти утверждения являются следствиями теоремы Гаусса в многомерных пространствах.

Рассмотрим сначала случай одного внешнего измерения, компактифицированного с периодичностью R (R обозначает длину окружности, а не радиус). Пусть пространственные переменные – x , y , z и w . Точечная масса расположена в точках, отмеченных крестиками на рис. 4.6.

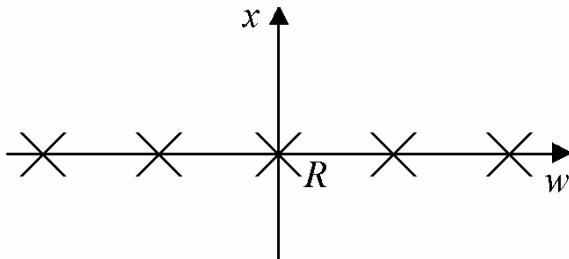


Рис. 4.6. Распределение массы по переменной w

Эта картина соответствует «бранному» сценарию, в котором известные частицы локализованы на 4-мерной бране, а во внешних измерениях распространяется лишь гравитация. Для очень малых масштабов $r \approx R$ теорема Гаусса в пространстве n измерений дает

$$\int E da = S_n G_n M_{en}, \quad (4.108)$$

где E – напряженность гравитационного поля, S_n – площадь поверхности единичной сферы в пространстве n измерений, M_{en} – масса, заключенная в гауссовом объеме, G_n – n -мерная ньютоновская константа. Для трех пространственных измерений имеем

$$E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi G_3 M. \quad (4.109)$$

Отсюда для силы получаем $F = m \cdot E$ – закон тяготения Ньютона.

Для большего числа внешних измерений площадь поверхности единичной сферы

$$S_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)}. \quad (4.110)$$

В этом случае гравитационная сила

$$F = G_n \frac{mM}{r^{n-1}}. \quad (4.111)$$

В частности, для одного внешнего измерения

$$F = G_4 \frac{mM}{r^3}. \quad (4.112)$$

Заметим, что размерности G_4 и G_3 (обычной ньютоновской константы) – разные.

На очень больших расстояниях $r \approx R$ распределение масс выглядит как непрерывное распределение, поэтому можно выбрать цилиндрическую гауссову поверхность.

Пусть 4-мерный цилиндр имеет длину L , а основаниями такого цилиндра являются трехмерные сферы радиуса r . Масса, заключенная в цилиндре, $M \frac{L}{R}$, $S_4 = 2\pi^2$, левая часть (4.108) принимает вид

$$E \sim 4\pi r^2 L, \quad (4.113)$$

а для силы имеем

$$F = G_4 m M \frac{2\pi^2}{4\pi} \frac{1}{r^2 R}, \quad (4.113)$$

т.е. на больших расстояниях $r \gg R$ получаем обычный закон $F \propto \frac{1}{r^2}$. Сравнивая с ньютоновским законом тяготения, находим связь G_4 с G_3 . Для пространства n измерений

$$G_3 = \frac{S_n}{4\pi} \frac{G_n}{V_{n-3}}, \quad (4.114)$$

где V_{n-3} – объем $(n-3)$ -мерного компактифицированного пространства.

Итак, теорема Гаусса в n измерениях предсказывает для гравитационного поля зависимость $\propto \frac{1}{r^2}$ на больших расстояниях

$\propto \frac{1}{r^{n-1}}$ на малых. Этот результат не зависит от форм внешних измерений. Чтобы говорить о форме внешних измерений, надо рассматривать случай промежуточных расстояний.

Снова выберем одно внешнее измерение. В пространстве четырех пространственных измерений гравитационный потенциал на расстоянии D от точечной массы

$$V = -\frac{G_4 M}{2D^2}. \quad (4.115)$$

Общий результат для потенциала на расстояниях $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ от массы M :

$$V(r) = -\frac{G_4 M}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{r^2 + n^2 R^2}. \quad (4.116)$$

В терминах ньютоновской константы

$$V(r) = -\frac{G_3 M}{\pi R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \Delta^2}, \quad (4.117)$$

где $\Delta = \frac{r}{R}$. Для $\Delta \gg 1$ сумма $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \Delta^2} = \frac{\pi}{\Delta}$, и получаем обычный гравитационный потенциал. Как ожидалось, $V \propto \frac{1}{r}$ при больших r

и $V \propto \frac{1}{r^2}$ на малых r .

Поскольку случай одного внешнего измерения уже исключен, рассмотрим два внешних измерения. При двух внешних измерениях топология компактифицированного пространства нетривиальная. Поскольку три измерения нашей Вселенной – плоские, будем предполагать, что два дополнительных измерения тоже плоские. Рассматриваемое пространство – произведение двух циклов S^1 , известное как двумерный тор. Пусть длины окружностей этого тора R_1 и R_2 . Очевидно, что единичные вектора двух компактных измерений не обязательно ортогональны. Соответствующая пространственная структура изображена на рис. 4.7.

Параметры R_1 , R_2 , θ будут определять форму дополнительных измерений.

Если единичные вектора ортогональны, то гравитационный потенциал

$$V(r) = -\frac{G_5 M}{3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(r^2 + n^2 R_1^2 + m^2 R_2^2)^{3/2}}. \quad (4.118)$$

При больших r $V(r) \propto \frac{1}{r}$, на малых $V(r) \propto \frac{1}{r^3}$.

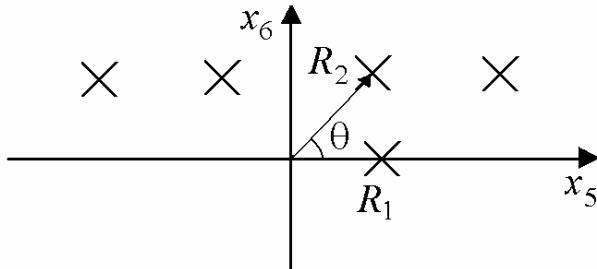


Рис. 4.7. Единичные векторы двух компактных измерений

Очевидно, что исследование гравитации на малых расстояниях необходимо. Измерения на масштабе нанометров уже экспериментально возможны. Было бы весьма интересным обнаружить отклонения силы гравитационного взаимодействия от ньютоновского поведения.

4.4. Техни цвет

В физике фундаментальных взаимодействий можно выделить три масштаба энергий:

- 1) ЛКХД ~ 100 МэВ – масштаб сильных взаимодействий;
- 2) планковский масштаб $m_{Pl} = 1/\sqrt{G} \approx 10^{19}$ ГэВ;
- 3) электрослабый масштаб $v = 175$ ГэВ.

В стандартной модели v идентифицируется с вакуумным средним фундаментального изодублета хиггсовского поля.

Сравнение электрослабых экспериментальных данных с расчетом петлевых поправок дает возможность получить верхнюю границу на массу бозона Хиггса $m_H < 200$ ГэВ. Однако кроме этого ограничения очень мало известно о «природе» хиггсовского бозона. Существует ли в природе хиггсовский бозон как фундаментальная частица? Очевидно, что СМ не дает ответа на вопрос: какова природа спонтанного нарушения симметрии (EWSB)? Ниже будем обсуждать механизм EWSB, аналогичный сильным взаимодействиям КХД, основанный на новой сильной динамике (NSD).

Заметим, что этот механизм отнюдь не исключает существования SUSY. Очевидно, что SUSY – весьма элегантное расширение группы Лоренца, естественно обобщающееся на теорию струн – кандидата на квантовую теорию гравитации. Более того, SUSY содержит фундаментальные скалярные частицы. Действительно, если обратиться к фермионному содержанию MSSM, то можно заметить, что хиггсовские бозоны являются суперпартнерами новых вектороподобных лептонов, т.е. пары левых лептонных изодублетов: один с гиперзарядом $Y=1$, другой $Y=-1$.

Теории новой сильной динамики (теории техницвета) на электрослабом масштабе позволяют по-новому взглянуть на проблему спонтанного нарушения электрослабой симметрии.

Динамика техницвета

Идея техницвета (TC) введена Вайнбергом и Сасскиндом в 70-х годах прошлого века. Наиболее тяжелым фермионом из известных в то время был b -кварк с массой ~ 5 ГэВ и ожидался t -кварк с массой ~ 15 ГэВ.

Предсказываемый же стандартной моделью калибровочный сектор состоял из безмассовых фотона и глюона, тяжелых W - и Z -бозонов с массами $m_W \approx 80$ ГэВ, $m_Z \approx 90$ ГэВ. Сектор же материи СМ содержал лишь относительно легкие фермионы, которые можно было считать безмассовыми. Поэтому был необходим механизм, обеспечивающий массы только тяжелым калибровочным бозонам. ТС оказался естественным решением этой проблемы.

С самого начала ТС рассматривался как калибровочная теория, аналогичная КХД. Пусть ТС имеет калибровочную группу $G_T = SU(N_T)$, содержащую $N_T^2 - 1$ калибровочных бозонов – техниглюонов. Введем безмассовые киральные техникварки, участвующие в новых калибровочных взаимодействиях, Q_L^{ai} и Q_R^{ai} , где индекс « a » относится к ТС, а индекс « i » – к аромату кварка. Предположим, что новые кварки принадлежат фундаментальному представлению $SU(N_T)$, а число ароматов новых кварков N_{Tf} . В этом случае теория ТС обладает глобальной симметрией

$$SU(N_{Tf})_L \times SU(N_{Tf})_R \times [U(1)_A] \times U(1)_Q, \quad (4.119)$$

причем $U(1)_A$ нарушена киральной аномалией и записана поэтому в квадратных скобках. Очевидно, что ТС, как и КХД, обладает свойствами конфаймента и имеет массовый масштаб Λ_T , который должен быть порядка слабого масштаба v . Физический сектор ТС-теории состоит из ТС-синглетов: технимезонов ($Q\bar{Q}$) и технибарионов. Поскольку такие стабильные объекты не обнаружены в природе, «полная» теория должна описывать распады технибарионов в легкие «наблюдаемые» лептоны и кварки. Таким образом, необходимо расширить ТС до ЕТС (расширенного ТС), причем расширенная теория должна обеспечивать массами кварки и лептоны. Теория ЕТС будет рассмотрена далее.

Что касается ТС, то в полной аналогии с КХД в ней возникают фермионные киральные конденсаты:

$$\langle \bar{Q}_{iL} Q_{jR} \rangle \approx \Lambda_T^3 \delta_{ij}. \quad (4.120)$$

Это явление аналогично образованию конденсата куперовских пар в сверхпроводнике: техникварки приобретают массы $m_0 \sim \Lambda_T$. Технибарионы, состоящие из N_T техникварков, будут иметь массы $\sim N_T \Lambda_T$. Аналогично КХД ТС будет содержать $N_{Tf}^2 - 1$ безмассовых голдстоуновских бозонов с константой связи $F_T \sim \Lambda_T$.

Опять-таки по аналогии с КХД, если рассматриваются два аромата (up и down) безмассовых кварков, то глобальная киральная симметрия лагранжиана

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times [U(1)_A] \times U(1)_B, \quad (4.121)$$

где A обозначает аксиальное, а B – барионное число. В этом приближении киральная динамика КХД основана на модели сверхпроводника Намбу–Иона–Ласинего (NJL). Пользуясь этой аналогией, можно описать динамическое нарушение киральной симметрии в модели техницвета. В этом подходе возникает параметр обрезания $M \sim m_p$, и мы можем связать f_π с динамически генерируемой «массовой щелью» в теории, т.е. определить конституэнтную кварковую массу. Если конденсируется N_f фермионных ароматов, каждый из которых несет N_c цветов, то все кварки приобретают массу m_0 и формируют общую постоянную распада f_π для $N_f^2 - 1$ голдстоуновских бозонов:

$$f_\pi^2 = \frac{N_c}{4\pi^2} m_0^2 \ln \frac{M^2}{m_0^2}. \quad (4.122)$$

В NJL-приближении можно получить и выражение для кваркового конденсата

$$\langle \bar{Q}_{iL} Q_{jR} \rangle \approx \delta_{ij} \frac{N_c}{8\pi^2} m_0 M^2. \quad (4.123)$$

ТС-конденсат диагонален в произвольном базисе техникуарков Q_i , для которого киральная подгруппа

$$SU(N_{T_f})_L \times SU(N_{T_f})_R \times U(1)_Q$$

является точной симметрией ($U(1)_A$ нарушена инстантонами, поэтому техни- η' – тяжелый мезон). Калибровочная группа стандартной модели $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ будет калибровочной подгруппой точной ТС киральной подгруппы. Действительно, если мы предполагаем динамическое нарушение электрослабой симметрии, то $SU(2)_L \times U(1)_Y$ должна быть подгруппой киральной группы. В минимальной ТС модели, описанной ниже, группа симметрии КХД не является подгруппой киральной группы. В модели же Farhi–Susskind как группа симметрии КХД, так и электрослабая калибровочная группы являются подгруппами киральной группы. Поскольку динамика ТС строится по аналогии с КХД, то мы можем использовать КХД для пересчета количественных параметров ТС-теории.

В КХД, как известно,

$$f_\pi \sim \sqrt{N_c} \Lambda_{\text{КХД}}, \quad (4.124a)$$

$$\langle \bar{Q}_{iL} Q_{jR} \rangle \sim \delta_{ij} \cdot N_c \Lambda_{\text{КХД}}^3, \quad (4.124b)$$

$$m_0 \sim \Lambda_{\text{КХД}}. \quad (4.124v)$$

Эти зависимости получены в NJL-приближении. При обсуждении ТС-моделей будем использовать обозначение F_T для техниционной константы распада.

Напомним, что электрослабый масштаб $v = 2^{-3/4} G_F^{-1/2} \approx 175$ ГэВ связан с вакуумным средним хиггсовским полем $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$, где

$v_0=246$ ГэВ. Поэтому в спонтанно нарушенной фазе стандартной модели хиггсовское поле можно параметризовать в виде (см. гл. 3):

$$H = \exp\left(\frac{i\pi^a \tau^a}{v_0}\right) \begin{pmatrix} v_0 + h_0 \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.125)$$

Тогда из хиггс-бозонного кинетического члена в лагранжиане ковариантные производные

$$\begin{aligned} D_\mu H^+ D^\mu H \rightarrow & \frac{g_2}{2} v_0 W_\mu^+ \partial^\mu \pi^- + \frac{g_2}{2} v_0 W_\mu^- \partial^\mu \pi^+ + \\ & + v_0 \left(\frac{g}{2} W_\mu^0 + \frac{g_1}{2} B_\mu \right) \partial^\mu \pi^0 + \dots \end{aligned} \quad (4.126)$$

В КХД пионная константа распада определена соотношением:

$$\langle 0 | j_\mu^{a5} | \pi^b \rangle = i f_\pi p_\mu \delta^{ab}, \quad (4.127a)$$

$$f_\pi \approx 93 \text{ МэВ}, \quad (4.127b)$$

где $j_\mu^{a5} = \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma^5 \frac{\tau^a}{2} \Psi$ и $\Psi = (u, d)$.

Аналогично определим константу распада технициона $\tilde{\pi}$ через вакуумный матричный элемент техникваркового аксиального тока

$$\langle 0 | \tilde{j}_\mu^{a5} | \tilde{\pi}^b \rangle = i F_T p_\mu \delta^{ab}, \quad (4.128a)$$

$$F_T \approx v \quad (4.128b)$$

и ток $\tilde{j}_\mu^{a5} = \bar{Q} \gamma_\mu \gamma^5 \frac{\tau^a}{2} Q$, $Q = (T, B)$ – техникварки.

Если учесть электрослабые калибровочные взаимодействия, то техникварковый кинетический член

$$\bar{Q}_L i \hat{D} Q_L + \bar{Q}_L i \hat{D} Q_L \rightarrow \frac{F_T^2}{4} \text{Tr} \left((D_\mu U)^+ (D_\mu U) \right). \quad (4.129)$$

Из соотношений (4.128–4.129) получаем эффективный лагранжиан, описывающий продольную связь (W^\pm, Z) с (π^\pm, π^0):

$$\frac{g_2}{2} F_T W_\mu^+ \partial^\mu \pi^- + \frac{g_2}{2} F_T W_\mu^- \partial^\mu \pi^+ + F_T \left(\frac{g}{2} W_\mu^0 + \frac{g_1}{2} B_\mu \right) \partial^\mu \pi^0. \quad (4.130)$$

Сравнивая с (4.126), видим, что хиггсовское вакуумное среднее $v_0 = F_T$, если имеется один дублет техниционов. Если же N_D дубле-

тов переносят слабые заряды, то соотношение (4.129) содержит N_D членов. F_T остается той же самой, но слабый масштаб становится равным $v_0 = \sqrt{N_D} F_T$.

Рассмотрим ТС калибровочную группу с N_D электрослабыми левыми дублетами и $2N_D$ синглетами правых техникварков в фундаментальном представлении. Сильная $SU(N_T)$ калибровочная группа будет формировать киральный конденсат, связывая левые и правые фермионы. При этом возникает $(2N_D)^2 - 1$ гольстоуновских бозонов (техниконы π_T и синглет η'_T) с одинаковой константой распада F_T . Поэтому оценим F_T с помощью аналогичной величины f_π в КХД и скейлинговых свойств:

$$F_T \sim \sqrt{\frac{N_T}{3}} \left(\frac{\Lambda_T}{\Lambda_{\text{КХД}}} \right) f_\pi, \quad (4.131\alpha)$$

$$v_0 = \sqrt{N_D} F_T \sim \sqrt{\frac{N_D N_T}{3}} \left(\frac{\Lambda_T}{\Lambda_{\text{КХД}}} \right) f_\pi. \quad (4.131\beta)$$

Как было отмечено выше, v_0^2 получает вклады от N_D копий электрослабого конденсата. В ТС-моделях величина v_0 считается «входным параметром», определяемым константой G_F . Величины же Λ_T , а также N_T и N_D могут изменяться. Поэтому

$$F_T \sim v_0 \sqrt{\frac{1}{N_D}}, \quad (4.132\alpha)$$

$$\Lambda_T = \Lambda_{\text{КХД}} \frac{v_0 \sqrt{3}}{f_\pi \sqrt{N_D N_T}}, \quad (4.132\beta)$$

$$v_0 \approx 246 \text{ ГэВ}. \quad (4.132\beta)$$

Определив таким образом скейлинговые свойства основных величин, обратимся к обсуждению ТС-моделей.

Минимальная ТС-модель

В минимальной ТС-модели, предложенной в начале 70-х годов прошлого века, калибровочная группа

$$SU(N_T) \times SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y.$$

В дополнение к «обычным» фермионам стандартной модели вводится, по крайней мере, один дублет синглетных по цвету технифермионов (T, B). Они формируют два киральных слабых дублета (T, B)_L и (T, B)_R, поэтому киральная группа симметрии $SU(2)_L \times SU(2)_R \times [U(1)_A] \times U(1)_B$. Левый слабый дублет (T, B)_L будет иметь $I = 1/2$ электрослабую $SU(2)_L$ калибровочную связь, а (T, B)_R образуют пару синглетов. Калибровочные аномалии ТС и стандартной модели исчезают, если выбрать «вектороподобное» заполнение слабого гиперзаряда

$$Q_L^a = \begin{pmatrix} T \\ B \end{pmatrix}_L^a, \quad Y = 0, \quad (4.133a)$$

$$Q_R^a = (T_R \quad B_R)^a, \quad \frac{Y}{2} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}. \quad (4.133b)$$

Поскольку « a » – ТС-индекс, имеется N_T ТС-копий этих состояний.

Можно обобщить модель, включив произвольное число ароматов, $N_D > 1$ дублетов синглетных по цвету технифермионов. При этом техникварки имеют электрические заряды $+\frac{1}{2}$ для T и $-\frac{1}{2}$ для B . Если предполагать, что ТС калибровочная константа задается более общей теорией (например, GUT или теорией струн) с условием объединения

$$\alpha_T(M_{\text{GUT}}) = \alpha_3(M_{\text{GUT}}), \quad (4.134)$$

то с помощью ренорм-группы получим в однопетлевом приближении ТС-масштаб Λ_T

$$\frac{\Lambda_T}{\Lambda_{\text{КХД}}} = \exp \left[\frac{2\pi(b'_0 - b_0)}{b_0 b'_0 \alpha_3(M_{\text{GUT}})} \right]. \quad (4.135)$$

В этом выражении

$$b_0 = 11 - \frac{2}{3} n_f, \quad b'_0 = \frac{11 N_T}{3} - \frac{4 N_D}{3} \quad (4.136)$$

– однопетлевые коэффициенты β -функции КХД и ТС. Если взять для оценки $N_T = 4$, $n_f = 6$, $N_D = 4$ и $\alpha_3^{-1}(M_{\text{GUT}}) \approx 30$, то

$$\frac{\Lambda_T}{\Lambda_{\text{КХД}}} \approx 8,2 \cdot 10^2. \quad (4.137)$$

При $\Lambda_{\text{КХД}} \approx 200$ МэВ получаем $\Lambda_{\text{T}} \approx 165$ ГэВ и $F_{\text{T}} \approx 95$ ГэВ. Тогда предсказываемый масштаб $v \approx 190$ ГэВ, что близко к желаемому значению 175 ГэВ.

Таким образом, минимальная ТС-модель объясняет электрослабую иерархию $\frac{v_0}{m_{\text{Pl}}} \sim 10^{-17}$ генерацией ТС-масштаба

$$\Lambda_{\text{T}} = 10^2 \div 10^3 \text{ ГэВ}. \quad (4.138)$$

Спектроскопия минимальной ТС-модели.

Очевидно, что спектр минимальной ТС-модели будет напоминать спектр КХД. Как видно из соотношения (4.132), техникварки приобретают конституэнтные массы $m_{TQ} \sim m_0 v_0 \sqrt{3} / f_\pi \sqrt{N_{\text{T}} N_D}$, где $m_0 \sim m_N / 3 \sim 300$ МэВ – масса конституэнтного кварка в КХД. Для минимальной модели с $N_{\text{T}} = 4$, $N_D = 1$ масса техникварка $m_{TQ} \sim 690$ ГэВ. В этой модели спектр «барионов», состоящих из $QQQQ$, будет иметь масштаб масс $\sim 3/\sqrt{N_D}$ ТэВ. Пока мы не рассматриваем расширения техницвета (ETC), легчайший из этих барионов должен быть стабильным.

В теории ETC техникварки распадаются $Q \rightarrow q + X$, $Q \rightarrow l + X$ на легкие кварки и лептоны. Например, конечное состояние может содержать 12 t - или b -кварков. Кроме этого проявления формирования технибарионов, при очень высоких энергиях ($E \gg 10$ ТэВ) возможно образование техниструй.

Обратимся теперь к мезонному спектру минимальной ТС-модели. Как и в случае КХД, спектр мезонов определяется киральной группой модели. При $N_D = 1$ киральная группа $SU(2)_L \times SU(2)_R \times [U(1)_A] \times U(1)_V$ (в отсутствие калибровочных взаимодействий), т.е. имеется три безмассовых изовекторных псевдоскалярных NB бозона $\pi_{\text{T}}^\pm, \pi_{\text{T}}^0$, которые называются технипионами. Константа распада технипионов $F_{\text{T}} = \frac{v_0}{\sqrt{N_D}} = \frac{246}{\sqrt{N_D}}$ ГэВ, т.е. пионная константа и v_0 совпадают в моделях с одним слабым дуб-

летом левых техникварков. Если включить калибровочные взаимодействия в $SU(2)_L \times U(1)_Y$ подгруппу киральной группы, то технипионы становятся продольными слабыми калибровочными бозонами W_L^\pm , Z_L . При $N_D = 1$ единственный NB бозон, соответствующий спонтанному нарушению некалибровочной $U(1)_A$ подгруппы киральной группы – изосинглетный техни- η' , η'_T . Это аналог η' -мезона в КХД. Мезон η'_T приобретает массу за счет ТС-инстантонов.

$U(1)_A$ -симметрия нарушена аксиальной аномалией, т.е. треугольной диаграммой с испусканием двух техниглюонов (в одной из вершин фотон). Аномалия подавлена в пределе больших N_T , оценка массы техни- η' $N_T = 4$, $N_D = 1$

$$m_{\eta'_T} \approx \left(\frac{3\sqrt{6}}{2N_T} \right) \sqrt{\frac{3}{N_T N_D}} \left(\frac{v_0}{f_\pi} \right) m_\eta \approx 2 \text{ ТэВ}. \quad (4.139)$$

Что касается мод распада η'_T , то основными являются $\eta'_T \rightarrow ZZ, \gamma Z, \gamma\gamma$ и $\eta'_T \rightarrow W^+W^-Z, ZZZ$ – аналогично многопионным и фотонным распадам η' в КХД. Однако η'_T может также распадаться на два глюона или $t\bar{t}$ -пару. Эти распадные моды определяются деталями связей обычных夸克ов и лептонов, и это составляет предмет изучения ЕТС-моделей. Здесь же приведем оценки ширины распада:

$$\Gamma(\eta'_T \rightarrow t\bar{t}) \sim \frac{3}{N_T} \frac{107\lambda^2}{\sqrt{N_D}} \text{ МэВ}, \quad (4.140a)$$

$$\Gamma(\eta'_T \rightarrow gg) \sim \frac{3}{N_T} \frac{56}{\sqrt{N_D}} \text{ МэВ}, \quad (4.140b)$$

$$\Gamma(\eta'_T \rightarrow W^-W^+) \sim \frac{3}{N_T} \frac{26}{\sqrt{N_D}} \text{ МэВ}, \quad (4.140b)$$

где параметр λ описывает ЕТС-связь η'_T с t -夸арком.

Теперь рассмотрим случай растущего числа технидублетов. Для $N_D > 1$ сначала для простоты исключим калибровочные взаимодействия стандартной модели. Тогда $SU(N_T)$ -теория имеет глобальную

киральную группу $SU(2N_D)_L \times SU(2N_D)_R \times [U(1)_A] \times U(1)$. Это приводит к $(2N_D)^2 - 1$ голдстоуновским бозонам в присоединенном представлении $SU(2N_D)_L$ и синглету η'_T . Это аналоги псевдоскалярного октета π, K, η и синглета η' в КХД. Поскольку техникварки не несут КХД цвета, намбу-голдстоуновские бозоны будут бесцветными.

Если включить калибровочные взаимодействия, то $SU(2)_L \times U(1)_Y$ становится калибровочной подгруппой полной киральной группы $SU(2N_D)_L \times SU(2N_D)_R \times [U(1)_A] \times U(1)$. При восстановлении электрослабых взаимодействий линейные комбинации NGB придают массы W и Z .

Таким образом, из NGB формируются несколько классов объектов. Некоторые из оставшихся π_T переносят электросильные заряды и образуют линейные представления $SU(2)_L$. Эти NGB соответствуют генераторам $SU(2N_D)_L \times SU(2N_D)_R$, которые не коммутируют с $SU(2)_L \times U(1)_Y$ подгруппой. Они являются аналогами K -мезонов в $SU(3)$, которые образуют линейные изодублеты. Кроме того, имеются обобщения состояния η в КХД – изосинглеты. Эти объекты связаны с генераторами, которые коммутируют с $SU(2)_L \times U(1)_Y$, но не приобретают масс за счет калибровочных связей.

Для классификации технипионов полезно использовать обозначения прямого матричного произведения. Сначала пренебрежем $U(1)_Y$. Тогда модель содержит $SU(2N_D)$ векторную подгруппу киральной группы. Эта группа имеет $4N_D^2 - 1$ генераторов. Можно представить все N_D дублетов в виде вектор-столбца, т.е. фундаментального представления $SU(2N_D)$. С другой стороны, горизонтальная подгруппа ароматов, действующая на слабые дублеты, – $SU(N_D)$. Следовательно, можно классифицировать генераторы, ассоциированные с NGB, согласно их трансформационных свойств относительно прямого произведения $SU(2)_L$ и $SU(N_D)$:

1. Три генератора $SU(2)_L$ записываются как прямое произведение $\tau^a \times I_d$, где I_d – d -мерная единичная матрица, действующая на левые дублеты. Поэтому три NGB, соответствующие генераторам $\tau^a \times I_d$, становятся W_L^\pm и Z_L .

2. Имеется $3N_D^2 - 3$ матриц вида $\tau^a \times \lambda^A$, являющихся $N_D^2 - 1$ генераторами $SU(N_D)$. Так как эти матрицы не коммутируют с $\tau^a \times I_d$ $SU(2)_L$ -зарядами, то $3N_D^2 - 3$ NGB несут $SU(2)_L$ -заряд. Эти заряженные NGB приобретают массу при «включении» калибровочных взаимодействий. Ситуация напоминает расщепление масс π^\pm и π^0 за счет связи с электромагнетизмом.

3. Матрицы типа $I_2 \times \lambda^A$ коммутируют с $SU(2)_L$, поэтому имеется $N_D^2 - 1$ состояний, стерильных относительно преобразований из $SU(2)_L$. Эти NGB остаются безмассовыми, и их можно назвать техниаксионами.

4. Элемент $I_2 \times I_d$ соответствует η'_T .

Для случая $N_D = 2$ обсужденное выше разложение можно представить в следующем виде

$$\begin{pmatrix} \tau^a & 0 \\ 0 & \tau^a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} T_1 \\ B_1 \\ T_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad \pi^+, \pi^-, \pi^0 = W_L^+, W_L^-, Z_L; \quad (4.141a)$$

$$\begin{pmatrix} \tau^a & 0 \\ 0 & -\tau^a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & \tau^a \\ \tau^a & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & i\tau^a \\ -i\tau^a & 0 \end{pmatrix} \quad 9 \text{ NGB}; \quad (4.141b)$$

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & iI \\ -iI & 0 \end{pmatrix} \quad 3 \text{ техниаксиона.} \quad (4.141b)$$

Подобный анализ с учетом $U(1)_Y$ добавляет немного информации. NGB, несущие заряд относительно $U(1)_Y$, задаются генераторами, не коммутирующими с $Y \times I_d$. Это – электрически заряженные технипионы, следовательно, проще исследовать свойства относительно преобразований $U(1)_{em}$. Техниаксионы же нейтральны от-

носительно $U(1)_Y$, т.е. стерильны относительно всех калибровочных преобразований.

Для оценки масс заряженных NGB снова воспользуемся КХД как «аналоговым компьютером» и изменим разности квадратов масс π^\pm - и π^0 -мезонов. Тогда разность квадратов масс NGB, несущих слабый заряд, $m_{\pi_T}^2 \sim \alpha_2 \Lambda_T^2$, т.е. $m_{\pi_T} \sim 6$ ГэВ.

К сожалению (для минимальной ТС-модели), заряженные скаляры с такими массами исключены экспериментально. Электрически нейтральные NGB остаются безмассовыми. В частности, на пертурбативном уровне остаются безмассовыми техниаксионы, поскольку они соответствуют остаточной глобальной симметрии (спонтанно нарушенной).

В ТС-модели существуют изовекторные и изосинглетные s -волновые векторные мезона, аналоги $\rho(770)$ и $\omega(782)$ в КХД, обозначаемые ρ_T^\pm , ρ_T^0 и ω_T^0 . Векторные мезоны особенно важны с феноменологической точки зрения, поскольку они распадаются на слабые калибровочные бозоны и технипионы (например, $\rho_T \rightarrow WW$ по аналогии с $\rho \rightarrow \pi\pi$).

Векторные мезоны могли бы проявляться в виде резонансных структур в процессах типа $p\bar{p}, e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. Массы векторных мезонов можно оценить с помощью ТС-скейлинга:

$$m_{\rho_T} \sim m_{\omega_T} \sim m_\rho \left(\frac{F_T}{f_\pi} \right) \sim m_\rho \left(\frac{v_0}{f_\pi} \right) \sqrt{\frac{3}{N_T N_D}}. \quad (4.142)$$

Эта оценка для $N_T = 4$ дает

$$m_{\rho_T, \omega_T} \sim \frac{1,8}{\sqrt{N_D}} \text{ ТэВ}. \quad (4.143)$$

Следуя анализу распадов векторных мезонов КХД, введем безразмерные феноменологические константы распадов f_{ρ_T} , f_{ω_T} :

$$\langle \rho_T^a | j_\mu^b | 0 \rangle = \epsilon_\mu \delta^{ab} \frac{m_{\rho_T}^2}{f_{\rho_T}}, \quad (4.144a)$$

$$\langle \omega_T | j_\mu^0 | 0 \rangle = \epsilon_\mu \frac{m_{\omega_T}^2}{f_{\omega_T}}, \quad (4.144b)$$

где

$$j_\mu^a = \bar{Q} \gamma_\mu \left(\frac{\tau^a}{2} \right) Q \quad (4.145)$$

и Q – техникварковый дублет.

В КХД довольно трудно извлечь f_ω из-за ω - ϕ -смешивания, поэтому обычно предполагается нонетная симметрия: $f_\rho = f_\omega$. Тогда константы распада можно определить из парциальной ширины $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^-) = 4\pi\alpha m_\rho / 3f_\rho^2$. Отсюда $f_\rho = f_\omega = 5,0$.

Найдем, какому ТС-скейлингу удовлетворяют f_ρ и f_ω . Заметим, что матричные элементы токов (4.144) содержат синглетную комбинацию техникварков, и поэтому по аналогии с КХД должны быть пропорциональны $\sim \sqrt{\frac{N_T}{3}} \left(\frac{\Lambda_T}{\Lambda_{KHD}} \right)^2$. Однако для фиксированного v_0 эти матричные элементы

$$\sim \left(\frac{v_0}{f_\pi} \right)^2 \sqrt{\frac{3}{N_T N_D^2}}. \quad (4.146)$$

Поэтому величина отношения

$$\frac{m_{\rho_T}}{f_{\rho_T}} \sim \sqrt{\frac{3}{N_T N_D^2}}. \quad (4.147)$$

Поскольку $m_{\rho_T} \sim \sqrt{\frac{3}{N_T N_D}}$, то

$$f_{\rho_T} \sim \sqrt{\frac{3}{N_T}} f_\rho \approx 4,3 \text{ для } N_T = 4. \quad (4.148)$$

В ТС-модели моды распада на продольно-поляризованные состояния следующие: $\rho_T^\pm \rightarrow W_L^\pm Z_L$, $\rho_T^0 \rightarrow W_L^+ W_L^-, 2Z_L$, $\omega_T \rightarrow Z\gamma, ZZ, WW$. Скейлинг, аналогичный КХД, дает для ширин

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho_T^0 \rightarrow W^+ W^-, 2Z) &\sim \frac{3K_1}{N_T} \frac{m_{\rho_T}}{m_\rho} \Gamma(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-) \sim \\ &\sim \left(\frac{3}{N_T} \right)^{3/2} \frac{280}{\sqrt{N_D}} \Gamma_{\text{ЭВ}}, \end{aligned} \quad (4.149a)$$

$$\Gamma(\rho_T^\pm \rightarrow W^\pm Z) \sim \frac{3K_1}{N_T} \frac{m_{\rho_T}}{m_\rho} \Gamma(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-) \sim \left(\frac{3}{N_T} \right)^{3/2} \frac{280}{\sqrt{N_D}} \Gamma_{\text{ЭВ}}, \quad (4.149\text{б})$$

$$\Gamma(\omega_T \rightarrow W_L^+ Z_L W_L^-) \sim K_2 \left(\frac{3}{N_T} \right)^{5/2} \frac{m_{\omega_T}}{m_\omega} \Gamma(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \sim \frac{35}{\sqrt{N_D}} \Gamma_{\text{ЭВ}}, \quad (4.149\text{в})$$

где $K_1 = 1,2$ и $K_2 = 4$.

Партнерами по четности ρ_T и ω_T являются p -волновые аксиально-векторные мезоны a_{1T} и f_{1T} . Вновь пользуясь КХД-скейлингом, получим оценки масс

$$m_{a_{1T}} \approx m_{f_{1T}} \approx m_{a_1, f_1}(1200) \frac{v_0}{f_\pi} \sqrt{\frac{3}{N_T N_D}} \sim \frac{2,9}{\sqrt{N_D}} \text{ ТэВ}. \quad (4.150)$$

Спектр будет также включать p -волновых партнеров π_T и η_T : изотриплетные и изосинглетные мультиплеты O^+ -мезонов – аналогов a_0^\pm , a_0^0 и f_0 в КХД. Их массы

$$m_{a_{0T}} \approx m_{f_{0T}} \approx m_{a_0, f_0}(980) \frac{v_0}{f_\pi} \sqrt{\frac{3}{N_T N_D}} \sim \frac{2,2}{\sqrt{N_D}} \text{ ТэВ}. \quad (4.151)$$

Модель Farchi-Susskind (FS)

Минимальная модель не является единственной конструкцией ТС-теории. Рассмотрим более сложную модель, включающую «кварковый» сектор цветового триплета техникварков и «лептонный» сектор синглетных по цвету технифермионов. Модель FS можно рассматривать как расширение минимальной модели, имитирующей одно поколение кварков и лептонов:

$$Q_L = \begin{pmatrix} T \\ B \end{pmatrix}_L^i, \quad Y = y; \quad (4.152\text{а})$$

$$\begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}_L, \quad Y = -3y; \quad (4.152\text{б})$$

$$Q_R = \left(T_R^i, B_R^i, N_R, E_R \right),$$

$$Y = (y+1, y-1, -3y+1, -3y-1), \quad (4.152\text{в})$$

где цветовой индекс $i = 1,2,3$ для техникварков. Представление (4.152) свободно от аномалий для произвольного выбора параметра y . При стандартном выборе $y = 1/3$ техникварки и технилептоны имеют идентичные электрические заряды с кварками и лептонами.

В этой модели каждый Q -мультиплет несет $SU(N_T)$ квантовые числа в N_T -представлении сильной ТС калибровочной группы. Заметим, что существование правого технинейтрино N_R необходимо для сокращения аномалии ТС калибровочных взаимодействий. При этом $SU(N_T)$ – калибровочная горизонтальная симметрия поколений.

В отличие от минимальной модели с $N_D = 1$, в которой все три NGB поглощаются продольными модами электрослабых калибровочных бозонов, в FS-модели низкоэнергетический спектр содержит много NGB. Их квантовые числа можно установить в пределе исчезающих связей с группой $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. В этом случае глобальной киральной группой будет

$$SU(8)_L \times SU(8)_R \times U(1)_A \times U(1).$$

На масштабе Λ_{TC} ТС-калибровочные связи становятся сильными, и это приводит к формированию конденсата:

$$\langle \bar{T}_{Li} T_{Ri} \rangle = \langle \bar{B}_{Li} B_{Ri} \rangle = \langle \bar{N}_L N_R \rangle = \langle \bar{E}_L E_R \rangle \sim \Lambda_T^3, \quad (4.153)$$

где несуммируемый цветовой индекс $i = 1,2,3$.

Таким образом, киральная группа симметрии оказывается нарушенной до $SU(8) \times U(1)$ -векторной симметрии. При этом возникает 63+1 NGB. С точки зрения киральных конденсатов (4.153), можно считать, что существует четыре составных электрослабых дублета. Ситуация напоминает 4-х хиггсовскую дублетную модель, в которой каждый бозон Хиггса получает общее вакуумное среднее F_T . Электрослабый масштаб $v_0^2 = 4F_T^2$, т.е. $F_T = 123$ ГэВ. Одна из комбинаций NGB становится продольными компонентами W и Z , ортогональная же к ней комбинация, как мы увидим ниже, остается в спектре.

Спектроскопия FS-модели

Обсудим более подробно состав (8×8) NGB модели FS. Как и можно было ожидать, увеличение числа технифермионов расширяет число NGB-состояний. Их свойства суммированы в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Состояние	$I[J^P]$, цвет, $[Q]$	Масса (ГэВ)
$\pi_T^- \sim (\bar{T}_i B^i + \bar{N}E)$	$1[0^-, 1^-], 0, [-1]$	m_W
$\pi_T^0 \sim (\bar{T}_i T^i - \bar{B}_i B^i + \bar{N}N - \bar{E}E)$	$1[0^-, 1^-], 0, [0]$	m_Z
$\eta'_T \sim (\bar{T}_i T^i + \bar{B}_i B^i + \bar{N}N + \bar{E}E)$	$1[0^-, 1^-], 0, [0]$	$\sim 10^3$
$p^+ \sim (\bar{B}_i T^i - 3\bar{E}N)$	$1[0^-, 1^-], 0, [1]$	$\sim 100 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p^0 \sim (\bar{T}_i T^i - \bar{B}_i B^i - 3(\bar{N}N - \bar{E}E))$	$1[0^-, 1^-], 0, [0]$	$\sim 100(\text{ETC})$
$p'^0 \sim (\bar{T}_i T^i - \bar{B}_i B^i - 3(\bar{N}N + \bar{E}E))$	$0[0^-, 1^-], 1, [0]$	$\sim 100(\text{ETC})$
$p'_3 \sim \bar{E}T$	$1[0^-], 3, [5/3]$	$\sim 160 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p_3^0 \sim \bar{N}T - \bar{E}B$	$1[0^-], 3, [2/3]$	$\sim 160 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p_3'^- \sim \bar{N}B$	$1[0^-], 3, [-1/3]$	$\sim 160 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p_3' \sim \bar{N}T + \bar{E}B$	$0[0^-], 3, [2/3]$	$\sim 160 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p_8^+ \sim \bar{B}T$	$1[0^-], 8, [1]$	$\sim 240 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p_8^0 \sim \bar{T}T - \bar{B}B$	$1[0^-], 8, [0]$	$\sim 240 \cdot (4/N_T)^{1/2}$
$p_8'^0 \sim \bar{T}T + \bar{B}B$	$0[0^-], 8, [0]$	$\sim 240 \cdot (4/N_T)^{1/2}$

Начнем с восьми синглетных по цвету состояний. Три линейных комбинации – безмассовые, и они становятся продольными компонентами W^\pm и Z^0 :

$$\bar{T}_i B^i + \bar{N}E \sim \pi^- \quad (4.154a)$$

$$\bar{B}_i T^i + \bar{E}N \sim \pi^+ \quad (4.154b)$$

$$\bar{T}_i T^i - \bar{B}_i B^i + \bar{N}N - \bar{E}E \sim \pi_T^0. \quad (4.154b)$$

Из оставшихся пяти ортогональных цветовых синглетов два имеют отличный от нуля электрический заряд:

$$\bar{T}_i B^i - 3\bar{N}E \sim p^- , \quad (4.155a)$$

$$\bar{B}_i T^i - 3\bar{E}N \sim p^+ \quad (4.155b)$$

и три электрически нейтральны

$$p^0 \sim \bar{T}_i T^i - \bar{B}_i B^i - 3(\bar{N}N - \bar{E}E) \quad (4.156a)$$

$$p'^0 \sim \bar{T}_i T^i + \bar{B}_i B^i - 3(\bar{N}N + \bar{E}E) \quad (4.156b)$$

$$\eta'_T \sim \bar{T}_i T^i + \bar{B}_i B^i + \bar{N}N + \bar{E}E . \quad (4.156b)$$

NGB, нейтральные относительно калибровочных преобразований, получают массу за счет инстантонов. η'_T получает массу за счет ТС-инстантонов, и ожидается, как и в минимальной модели, что он является достаточно тяжелым. Его массу можно оценить следующим образом:

$$m_{\eta'_T} \sim \left(\frac{\sqrt{6}}{N_T} \right) \sqrt{\frac{3}{N_T N_D}} \left(\frac{v_0}{f_\pi} \right) m_{\eta'} \sim 700 \text{ ГэВ} \quad (4.157)$$

для $N_T = 4$ ($N_D = 4$ в FS модели).

NGB с электрослабыми калибровочными зарядами p_0^Q приобретают массы вследствие калибровочных взаимодействий аналогично электромагнитному расщеплению π^\pm и π^0 в КХД:

$$\delta m_\pi^2 = m_{\pi^\pm}^2 - m_{\pi^0}^2 \approx (35 \text{ МэВ})^2 . \quad (4.158)$$

В киральном пределе ($m_u = m_d = 0$) $m_{\pi^0}^2 = 0$, т.е. δm_π^2 соответствует электромагнитному вкладу в массы π^\pm . Снова пользуясь скейлингом, оценим вклад электрослабых взаимодействий в массу технициона:

$$m_{p_0^\pm}^2 \sim F_T^2 \delta m_\pi^2 / f_\pi^2 \sin^2 \theta_W . \quad (4.159)$$

Численно

$$m_{p_0^\pm} \sim 100 \left(\frac{4}{N_T} \right)^{1/2} \text{ ГэВ}. \quad (4.160)$$

Массы p_0^0 и p_0' возникают только за счет ЕТС взаимодействий.

Спектр FS модели включает также техниционы с ненулевым цветовым зарядом, технилентокварк NGB $p_3 \sim \bar{L}Q$ и цветовой октет NGB

$$p_8 \sim \bar{Q} \left(\frac{\lambda^A}{2} \right) Q.$$

Триплетные по цвету техниконы (лептокварки) распадаются следующим образом: $p_3 \sim q\bar{l}$ (если $u \neq 1/3$, то эти объекты стабильны). Октетные по цвету технилектоны распадаются на $\bar{q}q$ в конечном состоянии: $p_8 \rightarrow \bar{q}q + \dots$

Как и в случае минимальной модели, в FS-модели имеются *s*-волновые векторные ($J = 1$) состояния $\rho_T(V_T)$. Оценка масс этих состояний:

$$m(\rho_T, V_T) \sim 700 \left(\frac{4}{N_T} \right)^{1/2} \text{ГэВ.} \quad (4.161)$$

FS-модель содержит и *p*-волновые партнеры по четности NGB: техни- a_0 и техни- f_0 , а также аксиально-векторные мезоны a_{1T} и f_{1T} . Оценка их масс:

$$m(a_{1T}, f_{1T}) \sim 1700 \left(\frac{4}{N_T} \right)^{1/2} \text{ГэВ,} \quad (4.162a)$$

$$m(a_{0T}, f_{0T}) \sim 1300 \left(\frac{4}{N_T} \right)^{1/2} \text{ГэВ.} \quad (4.162b)$$

4.5. Расширенный техницвет (ETC)

Реалистическая модель техницвета должна рассматривать проблему ароматов. Иными словами, так или иначе включать механизм генерации масс кварков и лептонов, смешивания и СР-нарушения. Это подразумевает связь обычных кварков и лептонов стандартной модели с технифермионным конденсатом, нарушающую электрослабую симметрию.

Кроме того, в реалистической ТС-модели должен быть механизм нарушения технибарионного квантового числа: техникварки должны быть нестабильными, поскольку стабильные технибарионы создают космологические проблемы.

Чтобы удовлетворить этим требованиям, можно расширить техницветные калибровочные взаимодействия, включив дополнитель-

ные калибровочные бозоны, связанные как с обычными, так и с техни цветными фермионами. Расширенные взаимодействия являются частью большой калибровочной группы, которая нарушается до техни цветовой подгруппы при энергиях, на которых связь техни цвета становится сильной.

Калибровочная группа ETC

Новые взаимодействия в ЕТС должны учитывать возможности переходов технифермионов $Q_{L,R}$ в обычные кварки и лептоны $\Psi_{L,R}$. Иначе говоря, нужны токи типа $Q_{L,R}\gamma_\mu\Psi_{L,R}$, связанные с новыми ЕТС калибровочными бозонами. В «полной» теории следует допустить существование большой калибровочной группы G_{ETC} , которая содержит все желаемые токи $\bar{Q}Q$, $\bar{Q}\Psi$, $\bar{\Psi}\Psi$. Проще всего включить группу $SU(N_{\text{TC}})$ в группу $SU(N_{\text{ETC}})$ с $N_{\text{ETC}} \supset N_{\text{TC}}$. Очевидно, что N_{ETC} должно быть достаточно большим, чтобы включать представления, содержащие как ψ , так и Q . Для примера рассмотрим, как бы это включение могло «работать» в минимальной модели.

Минимальная модель содержит один слабый дублет технифермионов ($N_D = 0$), поэтому типичный выбор для группы техни цвета $N_{\text{TC}} = 4$. ЕТС должен связывать технифермионы всех 12-ти левых электрослабых дублетов обычных кварков и лептонов с 12-ю синглетами. Тогда мы можем рассматривать обычные фермионы одного поколения, состоящие из трех дублетов кварков и одного дублета лептонов относительно $SU(2)_L$. Аналогично формируются дублеты и относительно действия глобальной группы $SU(2)_R$. Таким образом, возникает ЕТС-схема с калибровочной группой $ETC = SU(16) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$. Как $SU(N_{\text{TC}})$, так и $SU(3)_c$, включены в $SU(16)$. Очевидно и определение гиперзаряда в этой группе:

$$\frac{Y}{2} = I_{3R} + \frac{(B-L)}{2}, \quad (4.163)$$

где $(B-L)$ – диагональный оператор $SU(16)$.

Фермионы формируют два фундаментальных 16-типлета. Один из них:

$$\left(Q_C, Q_K, Q_m, Q_y, \Psi_r^1, \Psi_g^1, \Psi_b^1, \Psi_r^2, \Psi_g^2, \Psi_b^2, \right. \\ \left. \Psi_r^3, \Psi_g^3, \Psi_b^3, \Psi_{lep}^1, \Psi_{lep}^2, \Psi_{lep}^3 \right)_L, \quad (4.164)$$

где C, K, m, y – техницвета; r, g, b – «обычные» цвета. Это – дублет относительно электрослабой группы $SU(2)_L$ и синглет относительно $SU(2)_R$. Техницветовой конденсат при этом будет нарушать как $SU(2)_L$, так и $SU(2)_R$. Что касается FS-модели, то аналогичное ETC-расширение может привести к гигантской калибровочной группе, в которой все кварки, лептоны и техникварки принадлежат одному мультиплету. Такой группой могла бы быть $SU(56)$. Очевидно, что возможностей слишком много, и мы рассмотрим лишь некоторые модели ETC.

Стартая при высоких энергиях с теории, основанной на калибровочной группе G_{ETC} , при низких энергиях мы хотели бы получить калибровочные группы техницвета и стандартной модели. Группа G_{ETC} имеет генераторы T^a , образующую алгебру Ли:

$$[T^a, T^b] = if^{abc} T^c. \quad (4.165)$$

Группа техницвета G_{TC} должна быть подгруппой G_{ETC} , поскольку Ψ не несут техницвета, а Q – несут. Тогда G_{ETC} на некотором масштабе Λ_{ETC} будет нарушаться до подгруппы G_{TC} : $G_{ETC} \rightarrow G_{TC} \times \dots$, где точки обозначают другие группы, включая группу симметрии стандартной модели. При таком нарушении симметрии техницветовые калибровочные бозоны (их генераторы обозначают \tilde{T}^a) остаются безмассовыми, а ETC калибровочные бозоны приобретают массы $\sim \Lambda_{ETC}$.

Низкоэнергетические ETC взаимодействия

Несмотря на то, что единственными элементами первоначальной ETC калибровочной группы, «выживющими» при низких энергиях, являются генераторы техницветной и калибровочной

группы стандартной модели, можно обнаружить и эффект нарушенных ЕТС-генераторов. На масштабах энергий $\mu \leq \Lambda_{\text{ETC}}$ обмен тяжелыми ЕТС-бозонами, соответствующими нарушенным генераторам, вызывает три типа эффективных контактных взаимодействий между обычными фермионами и технифермионами:

$$\bar{\alpha}_{ab} \frac{\bar{Q}\bar{T}^a Q\bar{Q}\gamma_\mu T^b Q}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \bar{\beta}_{ab} \frac{\bar{Q}\gamma_\mu \bar{T}^a \Psi \bar{\Psi} \gamma^\mu \bar{T}^a Q}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \\ + \bar{\gamma}_{ab} \frac{\bar{\Psi} \gamma_\mu \bar{T}^a \Psi \bar{\Psi} \gamma^\mu \bar{T}^b \Psi}{\Lambda_{\text{ETC}}^2}. \quad (4.166)$$

В этом выражении $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$ – коэффициенты, связанные с индексами генераторов, и их структура зависит от конкретной модели ЕТС. При этом в \bar{T}^a включены и киральные факторы $\frac{(1 \pm \gamma^5)}{2}$. Воспользуемся преобразованием Фирца для приведения (4.166) к произведению скалярных и псевдоскалярных плотностей:

$$\alpha_{ab} \frac{\bar{Q}\bar{T}^a Q\bar{Q}\bar{T}^b Q}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \beta_{ab} \frac{\bar{Q}\gamma_\mu \bar{T}^a Q_R \bar{\Psi}_R T^b \Psi_L}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \\ + \gamma_{ab} \frac{\bar{\Psi}_L \bar{T}^a \Psi_R \bar{\Psi}_R \bar{T}^b \Psi_L}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \dots \quad (4.167)$$

Отметим, что после преобразования Фирца нужно включить в число генераторов единичную матрицу. Для этого достаточно увеличить число индексов генератора, положив $1 = T^0$.

Следствием общего вида слагаемых (4.166) и (4.167) будут физические эффекты ЕТС, выходящие за рамки генерации кварковых и лептонных масс, а также смешиваний. ЕТС взаимодействия (как, например, α) могут увеличивать массы некоторых NGB (техниакционов) до конечных ненулевых значений. Это положительный момент. Негативный же момент состоит в том, что γ -член вызывает 4-фермионные контактные взаимодействия между обычными фермионами стандартной модели с одинаковыми калибровочными зарядами. Это приводит к появлению при низких энергиях нейтральных токов с изменением аромата (FCNC). В частности, к угрожаю-

ще большой разности масс между K_L и K_S . При этом также происходит нарушение лептонного числа и усиление вероятности распада $\mu \rightarrow e + \gamma$. При построении конкретных моделей ЕТС необходимо подавить эти потенциально опасные эффекты.

α -Члены и массы технипионов

Четырехтехнифермионные члены (с коэффициентами α) способны решить уже упомянутую выше проблему масс NGB. Петли, содержащие вставки с α -членами, индуцируют массы NGB (рис. 4.8).

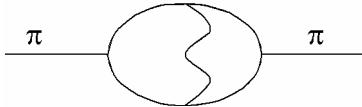


Рис. 4.8. Поправка
к массе NGB

Этот механизм способен увеличивать массы нежелательно легких NGB до значений, совместимых с экспериментальными данными.

Чтобы пояснить этот механизм генерации масс NGB, воспользуемся моделью NJL (для техникваркового конденсата) заменив техникварковые билинейные комбинации в (4.167) соответствующими киральными полями:

$$\bar{Q}_{aR} Q_L^b \rightarrow c N_{\text{TC}} \lambda_{\text{TC}}^3 \Sigma_a^b; \Sigma_a^b = \exp(i \pi^c \tilde{T}^c / F_T)_a^b, \quad (4.168)$$

где индексы с точкой относятся к $SU(2)_L$, без точки к $SU(2)_R$; \tilde{T}^a – генераторы подгруппы техницвета группы G_{ETC} . Тогда за счет диаграмм рис. 4.8 в эффективном лагранжиане возникает слагаемое с NGB-взаимодействием:

$$\sim \frac{\alpha_{ab} c^2 N_{\text{TC}}^2 \Lambda_{\text{TC}}^6}{\Lambda_{\text{ETC}}^2 F_T^2} \text{Tr}(\Sigma T^a \Sigma^+ T^b). \quad (4.169)$$

Разлагая это выражение по степеням $\pi^a \tilde{T}^a$, получим слагаемое с индуцированной массой технициона:

$$\sim \frac{\alpha_{ab} c^2 N_{\text{TC}}^2 \Lambda_{\text{TC}}^6}{\Lambda_{\text{ETC}}^2 F_T^2} \text{Tr}([\pi^c \tilde{T}^c, T^a] [T^b, \pi^d \tilde{T}^d]). \quad (4.170)$$

Таким образом, техниционы, ассоциированные с техницветовыми генераторами \tilde{T}^a (которые коммутируют с ЕТС, т.е. для кото-

рых $\left[\tilde{T}^a, T^b \right] = 0$), будут иметь нулевой вклад в массу за счет ETC взаимодействий. Технионы же, связанные с некоммутирующими генераторами, получают вследствие ETC-взаимодействий ненулевой вклад в массу $\sim \frac{N_{\text{TC}} \Lambda_{\text{TC}}^2}{\Lambda_{\text{ETC}}}$. Ситуация напоминает КХД: T^a аналогичны оператору электрического заряда, а \tilde{T}^a – генераторам изоспина. Нейтральный пион в КХД связан с генератором I_3 , коммутирующим с электрическим зарядом $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$. Следовательно,

нейтральный пион не получает вклада в массу за счет электромагнетизма. Заряженные же пионы, связанные с генераторами $I_1 \pm iI_2$, не коммутирующими с Q , наоборот, получают ненулевой электромагнитный вклад в их массы.

Среди NGB, возникающих в минимальной FS-модели, техниаксионы способны приобретать массы лишь за счет ETC взаимодействий. В ETC оценка массы техниаксиона:

$$m_{\text{аксион}}^2 \approx \frac{1}{N_{\text{TC}}} (\text{несколько ГэВ})^2. \quad (4.171)$$

β -Члены и массы лептонов и кварков

Слагаемые в выражении (4.167) с коэффициентами β_{ab} «ответственны» за формирование масс и углов смешивания обычных кварков и лептонов. Техницвет конденсирует технифермионы $\langle \bar{Q}Q \rangle \sim N_{\text{TC}} \Lambda_{\text{TC}}^3$.

Естественный масштаб ETC-индуктированных кварковых и лептонных масс:

$$m_{q,l} \sim \beta \frac{N_{\text{TC}} \Lambda_{\text{TC}}^3}{\Lambda_{\text{ETC}}^2}. \quad (4.172)$$

Если выбрать $m_q \sim m_{charm} \sim 1\text{ГэВ}$ и $\Lambda_{\text{TC}} \approx 100\text{ГэВ}$, то для $\beta \sim 1$ $\Lambda_{\text{ETC}} \sim 10^3 \text{ ГэВ}$. Таким образом, значения масс обычных кварков и лептонов дают верхнюю границу на величину Λ_{ETC} .

Эффекты высших порядков от β -членов имеют наблюдаемые следствия. Важной величиной для построения «реалистических» ЕТС-моделей, является отношение:

$$R_b = \frac{\Gamma(Z \rightarrow b\bar{b})}{\Gamma(Z \rightarrow \text{адроны})}. \quad (4.173)$$

В классической ЕТС-модели масса t -кварка генерируется в результате обмена ЕТС калибровочным бозоном (электрослабым синглетом) с массой $M_{\text{ETC}} \sim g_{\text{ETC}} \Lambda_{\text{ETC}}$. При энергиях ниже M_{ETC} , обмен ЕТС калибровочным бозоном можно аппроксимировать локальными 4-фермионными операторами. При этом m_t возникает за счет операторной связи левых и правых токов:

$$\frac{-g_{\text{ETC}}^2}{M_{\text{ETC}}^2} (\bar{\Psi}_L^i \gamma^\mu T_L^{i\omega}) (\bar{U}_R^\omega \gamma_\mu t_R) + \text{э.с.}, \quad (4.174)$$

где $T(U,D)$ – технифермионы; i, k – слабые и техни цветные индексы.

Предполагая существование единственного слабого дублета технифермионов, получаем:

$$m_t = \frac{g_{\text{ETC}}^2}{M_{\text{ETC}}^2} \langle \bar{U} U \rangle \approx \frac{\Lambda_{\text{TC}}^3}{\Lambda_{\text{ETC}}^2}. \quad (4.175)$$

ЕТС бозон, генерирующий m_t за счет взаимодействий (4.174), в свою очередь, индуцируется оператором:

$$\frac{-g_{\text{ETC}}^2}{M_{\text{ETC}}^2} (\bar{\Psi}_L^i \gamma^\mu T_L^{i\omega}) (\bar{T}_L^i \gamma^\mu \Psi_L^{i\omega}) + \text{э.с..} \quad (4.176)$$

Этот оператор, как видно из рис. 4.9, изменяет вершину $Zb\bar{b}$.

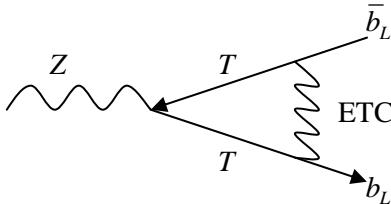


Рис. 4.9. Диаграмма распада $Z \rightarrow b_L \bar{b}_L$

Вклад этой диаграммы изменяет древесное значение вершины взаимодействия Z -бозона с левыми кварками:

$$g_L = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \frac{l}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \quad (4.177)$$

внося поправку:

$$\delta g_L^{\text{ETC}} = \frac{\xi^2 \Lambda_{\text{TC}} l}{2 \Lambda_{\text{ETC}}^2 \sin \theta_w \cos \theta_w} (I_3) = \frac{1}{4} \xi^2 \frac{m_t}{\Lambda_{\text{TC}}} \frac{l}{\sin \theta_w \cos \theta_w}. \quad (4.178)$$

В этом выражении ξ – параметр смещивания углов между w , z и ЕТС калибровочным бозоном. Сдвиг в g_L изменяет величину R_b в (4.173), причем: $\frac{\delta R_b}{R_b} \approx -5\% \cdot \xi^2 \frac{m_t}{175 \text{ГэВ}}$. Такой сдвиг мог быть обнаружен в электрослабых данных. Экспериментальной значение $R_b = 0,2179 \pm 0,0012$ находится в согласии с предсказаниями стандартной модели.

Члены и нейтральные токи с изменением аромата (FCNC)

Ограничения, связанные с ненаблюдаемостью FCNC, дают возможность исключить генерацию больших фермионных масс в классических ЕТС-моделях. Поскольку для обеспечения наблюдаемых масс фермионов ЕТС должен быть по-разному связан с фермионами, имеющими одинаковые калибровочные заряды стандартной модели (например, с e , μ , τ), то это автоматически приводит к FCNC. Возникают взаимодействия типа:

$$\frac{(\bar{s} \gamma^5 d)(\bar{s} \gamma^5 d)}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \frac{(\bar{\mu} \gamma^5 e)(\bar{e} \gamma^5 e)}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} + \dots, \quad (4.179)$$

которые, в принципе могли бы быть наблюдаемыми. Например, первое слагаемое в (4.179) вызывает $\Delta S = 2$ FCNC и дает вклад в хорошо измеряемую разность масс K_L - и K_S -мезонов. Матричный элемент оператора перехода между K^0 и \bar{K}^0 :

$$\frac{\delta m^2}{m_K^2} \sim \gamma \frac{f_K^2 m_K^2}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} \leq 10^{-14}, \quad (4.180)$$

где для реалистических моделей выбрано $\gamma \sim \sin^2 \theta_C \approx 10^{-2}$. Тогда из (4.180) получаем ограничение:

$$\Lambda_{\text{ETC}} \geq 10^3 \text{ТэВ}. \quad (4.181)$$

Что касается второго слагаемого в соотношении (4.179), то оно индуцирует процессы с нарушением лептонного аромата:

$\mu \rightarrow e\bar{e}e, e\gamma$. Если учесть экспериментальные ограничения на сечения этих процессов, получим несколько более слабое, чем в (4.181) ограничение $\Lambda_{\text{ETC}} \geq 10^1 \text{ ТэВ}$. С учетом (4.180) полагая $\alpha \sim \beta \sim \gamma$, $\Lambda_{\text{TC}} \leq 1 \text{ ТэВ}$, $\beta \leq 10$, $N_{\text{TC}} \leq 10$ для кварковых и лептонных масс получаем:

$$m_{q,l} \leq N_{\text{TC}} \frac{\Lambda_{\text{TC}}^3}{\Lambda_{\text{ETC}}^2} \leq 100 \text{ МэВ}. \quad (4.182)$$

Очевидно, что на классическом уровне ЕТС возникают проблемы уже с массой очарованного кварка. «Лекарство» для лечения этой «болезни» будет найдено ниже в модели «бегущего» техноквадра. Оставим пока эту проблему и обратимся к моделям ЕТС.

Техни-ГИМ

Как уже отмечалось выше, одна из существенных проблем ЕТС – найти способ подавления FCNC, возникающих за счет γ -членов. Хотелось бы найти механизм, в котором $\gamma \ll \beta$. Одна из возможностей – включить хорошо известный механизм ГИМ в ЕТС-сектор (TC-GIM). Попытаемся построить модель так, чтобы коэффициент β были бы порядка единицы (массы фермионов были как можно больше), а ГИМ-сокращение давало бы коэффициент $\gamma \ll \beta$, подавляя тем самым нежелательные FCNC с $\Delta S = 2$. Оказывается, ГИМ-механизм способен привести в выражении (4.179) к фактору подавления $\sim \Lambda_{\text{T}}^2 / \Lambda_{\text{ETC}}^2$. Тогда нижняя граница на $\Lambda_{\text{ETC}} > 10 \text{ ТэВ}$, а это допускает генерацию кварковых масс на уровне $\sim 10 \text{ ГэВ}$. Это решает проблему c - и b -кварков, но остается проблема с массой t -кварка. Для «запуска» механизма ГИМ достаточно ввести для каждого фермионного семейства с одинаковым слабым гиперзарядом разные ЕТС калибровочные группы. Таким образом, будет отдельная ЕТС калибровочная группа для каждого левого электрослабого дублета правых up- и down-типов синглетов. Слабая $SU(2)_L$ коммутирует со всеми этими группами. ЕТС-группы нарушены таким образом, что приближенно сохраняются глобальные симметрии. Они нарушены лишь членами, необходимыми для генерации масс кварков и лептонов. Это означает, что операторы $(\bar{\Psi}\Psi)^2$ должны

быть приближенно инвариантными относительно этих глобальных симметрий, поэтому операторы с $\Delta S = 2$ должны отсутствовать. Отличительной чертой моделей типа TC-GIM является присутствие лептокварка – NGB. Лептокварки обычно распадаются на кварки и лептоны одного поколения. В моделях TC-GIM лептокварки могут нести лептонные и кварковые числа любого поколения. Это означает, что существующие пределы на распады лептокварков в первое и второе поколение фермионов можно использовать в TC-GIM моделях.

Некоммутативные ETC-модели

Другой подход к построению ETC-моделей основан на предположении о том, что ETC и слабые калибровочные группы не коммутируют. Тогда тяжелый t -кварк должен получать свою массу за счет ETC-динамики при низких энергиях. Если ETC-бозоны, «участвующие» в формировании m_t , несут слабые заряды, то можно включить слабую группу $SU(2)_{\text{heavy}}$ (относительно которой $(t,b)_L$ является дублетом) в ETC-группу. Точнее, в подгруппу ETC, которая нарушена при малых энергиях. Чтобы иметь малые массы, легкие кварки и лептоны не должны иметь заряда относительно низкоэнергетической ETC-группы. Следовательно, слабая $SU(2)_{\text{light}}$ – группа для легких кварков и лептонов должна отличаться от $SU(2)_{\text{heavy}}$. Результирующая схема нарушения симметрии выглядит следующим образом:

$$ETC \times SU(2)_{\text{light}} \times U(1)' \rightarrow (f), \quad (4.183a)$$

$$TC \times SU(2)_{\text{heavy}} \times SU(2)_{\text{light}} \times U(1)_Y \rightarrow (u), \quad (4.183b)$$

$$TC \times SU(2)_W \times U(1)_Y \rightarrow (v_0), \quad (4.183b)$$

$$TC \times U(1)_{\text{em}}, \quad (4.183g)$$

где f , u и $v_0 = 246$ ГэВ – вакуумные средние параметры порядка для трех различных способов нарушения симметрии. Заметим, поскольку мы интересуемся физикой поколения t -кварка, то лишь t_L , b_L и t_R должны нетривиально преобразовываться относительно ETC. Чтобы добиться сокращения аномалий, $(t,b)_L$ и $(v_\tau, \tau)_L$ должны быть выбраны дублетами относительно $SU(2)_{\text{heavy}}$ и синглетами по $SU(2)_{\text{light}}$. Две простейших возможности для $SU(2)_{\text{heavy}} \times SU(2)_{\text{light}}$

трансформационных свойств параметров порядка, смешивающих и нарушающих расширенные электрослабые группы:

$$\langle\phi\rangle \sim (2,1)_{1/2}, \quad \langle\sigma\rangle \sim (2,2)_0 \text{ – случай heavy; } \quad (4.184a)$$

$$\langle\phi\rangle \sim (1,2)_{1/2}, \quad \langle\sigma\rangle \sim (2,2)_0 \text{ – случай light. } \quad (4.184b)$$

Параметр порядка $\langle\phi\rangle$ нарушает $SU(2)_L$, а $\langle\sigma\rangle$ смешивает $SU(2)_{\text{heavy}} \times SU(2)_{\text{light}}$. В случае «heavy» технифермионный конденсат обеспечивает генерацию масс третьему поколению кварков и лептонов, а также он «ответствен» за объемное нарушение электрослабой симметрии.

В случае «light» ситуация противоположная: физика, обеспечивающая массу третьему поколению, не приводит к объемному нарушению электрослабой симметрии. Спектр некоммутативных ЕТС-моделей включает дополнительный набор W - и Z -бозонов, которые влияют на физику слабых взаимодействий уже при имеющихся энергиях. Например, смешивание между двумя наборами слабых калибровочных бозонов изменяет Zff -связь. Кроме того, однопетлевая диаграмма, содержащая обмен бозоном, генерирующим массу t -кварка, изменяет величину связи b_L с Z -бозоном. Если модификация электрослабых наблюдаемых происходит только за счет дополнительных электрослабых и ЕТС-бозонов некоммутативной ЕТС, то тяжелые W - и Z -бозоны должны иметь массу $\approx 2,4$ ТэВ в случае «light» и $\approx 3,3$ ТэВ в случае «heavy».

«Бегущий техницив»

Как мы уже видели выше, модели ЕТС имеют трудности в объяснении наблюдаемых масс тяжелых кварков и лептонов. Даже очарованный кварк оказывается слишком тяжелым при построении моделей, подавляющих FCNC. Обратимся к интригующей динамической возможности разрешения этой проблемы. Для этого рассмотрим ТС-радиационные поправки к операторам ЕТС, генерирующим массы кварков и лептонов. Эти операторы появляются в β -членах в выражениях (4.166) и (4.167) на масштабах $\mu < \Lambda_{\text{ETC}}$. Поскольку $\Lambda_{\text{ETC}} \gg \Lambda_T$, эти операторы перенормируются ТС-взаимодействиями:

$$\langle \bar{Q}Q \rangle_{\text{ETC}} = \exp \left(\int_{\Lambda_T}^{\Lambda_{\text{ETC}}} d \ln(\mu) \gamma_m(\alpha(\mu)) \right) \cdot \langle \bar{Q}Q \rangle_T, \quad (4.185)$$

где γ_m – оператор аномальной размерности. Если ТС подобен КХД, то константа связи техни цвета обладает свойством асимптотической свободы, и на масштабах, превышающих Λ_T , уменьшается логарифмически: $\alpha(\mu) \sim 1/\ln(\mu)$. С аномальной размерностью $\gamma_n \sim \alpha(\mu)$ радиационная поправка пропорциональна

$$\exp[\gamma_m \ln(\ln(\mu))] \sim \left[\ln \left(\frac{\Lambda_{\text{ETC}}}{\Lambda_T} \right) \right]^{\gamma_m}. \quad (4.186)$$

Следовательно, радиационные поправки содержат подобно КХД поправкам степени логарифмов.

Если же $\alpha(\mu)$ приблизительно постоянна, т.е. ТС-теория содержит конформную фиксированную точку $\alpha(\mu) = \alpha^* \neq 0$ (причем $\beta(\alpha^*) = 0$), то радиационные поправки становятся степенными, пропорциональными

$$\exp[\gamma_m(\alpha^*) \ln(\mu)] \sim \left(\frac{\Lambda_{\text{ETC}}}{\Lambda_T} \right)^{\gamma_m(\alpha^*)}. \quad (4.187)$$

Подобное поведение усиливает α - и β -члены ЕТС, содержащие билinearные комбинации технифермионов, но не изменяет потенциально опасных γ -членов, включающих только фермионы стандартной модели. Таким способом обеспечивается ЕТС-генерация фермионных и NGB-масс без усиления скорости процессов FCNC. Теория ТС с приблизительно постоянной константой связи $\alpha(\mu) = \alpha^*$ в интервале $\Lambda_T \leq \mu \leq \Lambda_{\text{ETC}}$ называется теорией «бегущего» техни цвета (WTC).

ТС-теория со многими масштабами

Идея ТС-теории со многими масштабами состоит в том, что различные сектора теории вносят разные вклады в электрослабый масштаб $v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + \dots$. Сектор теории с наименьшим v_i называют низкомасштабным ТС-сектором. Именно этот сектор мог бы формировать феноменологию на современных ускорителях. Как мы видели выше, низкомасштабный сектор должен существовать и WTC-теории.

В этом разделе обсудим идею низкомасштабного ТС с точки зрения ЕТС и рассмотрим ее феноменологические следствия.

Мотивы введения низкомасштабного ТС связаны с ЕТС, обсуждавшимся выше. Действительно, пусть мы строим «бегущую» модель, включая технифермионы в высших ТС-представлениях. На масштабах ТС в такой теории формируются киральные конденсаты. Однако не все они формируются на одном масштабе: высшие представления будут конденсироваться при больших энергиях, поскольку их связь определяется оператором Казимира $C_2(R)$. При этом различие в величинах конденсата может быть большим.

В большинстве феноменологически интересных случаев низкомасштабный ТС-сектор теории с наименьшим v_i включает достаточно легкие состояния, которые могли бы наблюдаться при имеющихся энергиях. В частности, таким сектором могли бы быть заряженные технипионы p^\pm с массами, меньшими t -кварка. Поскольку основной канал распада t -кварка в стандартной модели $t \rightarrow W + b$, то необходимо подавить распад $t \rightarrow p_T + b$. Одна из возможностей – считать массу $m_{p_T} > 160$ ГэВ. Другая – подавить $t\bar{b}p_T$ вершину. Обратимся к спектроскопии низкомасштабной ТС. Спектр этой модели включает легкие NGB (технипионы) и техни-векторные мезоны. Например, для $F_T \sim 60$ ГэВ оценки масс $m_{p_T} \sim 100$ ГэВ и $m_{\rho_T} \sim 200$ ГэВ. Технипионы могли бы рождаться резонансным образом за счет техни- ρ -векторной доминантности. Технивекторные мезоны по аналогии с минимальной моделью являются изотриплетом и цветовыми синглетом. Усиление технипионных масс вследствие «бегущей» природы теории приводит к тому, что каналы распада $\rho_T \rightarrow p_T p_T$ и $\omega_T \rightarrow p_T p_T p_T$ оказываются закрытыми. Поэтому доминируют распады $\rho_T \rightarrow W_L p_T$ и $Z_L p_T$, где W_L и Z_L – продольные слабые калибровочные бозоны. Поскольку константа связи технипиона с фермионами подобно скалярам пропорциональна массе, то важными распадными модами будут:

$$p_T^0 \rightarrow b\bar{b}, \quad (4.188a)$$

$$p_T^+ \rightarrow c\tilde{b} \text{ или } c\tilde{s}, \tau^+ v_\tau. \quad (4.188b)$$

Очевидно, что для экспериментального поиска эффекты низкомасштабного ТС важно регистрировать струи тяжелых кварков.

5. НОВАЯ ФИЗИКА В КОСМОЛОГИИ

5.1 КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

5.1. Введение

Согласно современным космологическим представлениям развитие Вселенной на очень ранних ее стадиях тесно связано с физикой микромира. Материя во Вселенной обладала вначале сверхвысокой плотностью энергии. Физические законы, описывающие такое состояние материи, могут лежать далеко за пределами проверенной в лабораторных условиях физики. Это придает большую важность космологии в познании фундаментальных законов физики. С этой целью в качестве опытных данных следует использовать не только данные физических экспериментов, но и данные астрономических наблюдений. В интерпретации последних наблюдаемая современная Вселенная рассматривается как далекое последствие гигантского «эксперимента».

Ярким подтверждением эффективности применения космологического подхода в изучении фундаментальных законов физики (физики частиц) может служить ряд выводов, вытекающих по сути из факта самого нашего существования. Действительно, нашим существованием мы обязаны неравенству между веществом и антивеществом, которое имеет место, по крайней мере, внутри доступной наблюдениям области. Кроме того, наличие вещества, его эволюция свидетельствуют о наличии выделенной по скорости и времени, абсолютной системы отсчета (СО) во Вселенной, связанной с этим веществом (галактиками, реликтовым излучением). Неравенство между веществом и антивеществом говорит, в свою очередь, о нарушении барионного числа и СР-четности, имевших место в процессах в ранней Вселенной, которые привели к количественному избытку вещества над антивеществом. Также наличие выделенной СО говорит о нарушении пуанкаре-инвариантности (в частности, лоренц-инвариантности) в период предполагаемого образования первичного вещества во Вселенной. До сих пор обнаружить нарушение ни барионного числа, ни пуанкаре-инвариантности во всех проводившихся экспериментах не удалось;

их свидетельства говорят о неизвестной, новой физике. Цепочка примеров таких свидетельств может быть продолжена. Тем не менее, прежде чем переходить к более подробному обсуждению космологических предсказаний, касающихся физики частиц, изложим кратко необходимые сведения из космологии.

5.2. Фридмановская модель Горячей Вселенной

Уравнения эволюции Вселенной

Изменение размера Вселенной (и любых расстояний между несвязанными точками) характеризуется масштабным фактором (или же радиусом кривизны), a , и описывается уравнениями А.А. Фридмана

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\epsilon - \frac{K}{a^2} \quad (5.1a)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\epsilon + 3p). \quad (5.1b)$$

Здесь G – гравитационная постоянная (которой, напомним, определяются планковские единицы $m_{Pl} = G^{-1/2} = 1,22 \cdot 10^{19}$ ГэВ, $l_{Pl} = G^{1/2} = 1,62 \cdot 10^{-33}$ см, $t_{Pl} = G^{1/2} = 0,54 \cdot 10^{-43}$ с); K – параметр кривизны, который отвечает при $K=0$, $+1$ и -1 плоскому, закрытому и открытому миру соответственно; ϵ и p – плотность энергии и давление материи. Плоскому миру отвечает равенство параметра Хаббла

$$H \equiv \dot{a}/a \quad (5.2)$$

в квадрате члену $8\pi G\epsilon/3$ (см. (5.1a)); соответствующая этому равенству плотность энергии называется критической

$$\epsilon_{\text{крит}} = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (5.3)$$

Современные оценки для H и $\epsilon_{\text{крит}}$ (на текущий момент) дают

$$H^{\text{совр}} = 70 \div 77 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}, \quad \epsilon_{\text{крит}}^{\text{совр}} = 5,1 \div 6,3 \frac{\text{кэВ}}{\text{см}^3}; \quad (5.4a)$$

с этими оценками также связана оценка современного возраста Вселенной

$$t^{\text{совр}} \approx 14 \text{ млрд. лет.}^1 \quad (5.46)$$

Более подробно о космологических параметрах будет сказано в разделе 5.5.

Отношение плотности материи (i -го компонента) к критической обозначается $\Omega_{(i)}$. Современная полная плотность оценивается из наблюдений и оказывается близкой к критической, $\Omega \approx 1 \pm 0,1$ (подробнее в 5.5).

Из (5.1) можно для изменения плотности энергии получить следующие уравнения

$$\dot{\epsilon} = -3H(\epsilon + p), \quad (5.5)$$

$$\Omega - 1 = \frac{K}{a^2}. \quad (5.6)$$

Соотношение между ϵ и p устанавливает уравнение состояния материи, которое обычно параметризуется в виде

$$p = \gamma \epsilon, \quad (5.7)$$

где значение γ определяется типом материи. Несмотря на то, что уравнения состояния обусловлены термодинамическим равновесием, закон космологического расширения позволяет применять их для однородно (в целом по Вселенной) распределенной материи даже в его отсутствие (см. ниже формулы (5.21)–(5.22) и комментарии к ним).

Состояния материи при $\gamma = 0$ и $1/3$ называются пылевидным (нерелятивистским) и радиационно-подобным (релятивистским). Стадии их доминантности во Вселенной называются аналогично или же, следуя англоязычным сокращениям, MD- и RD-стадиями соответственно. Отметим, что хорошо известное из общей физики уравнение состояния газа $p = nkT$ относится к случаю $\gamma = 0$, так как $n \cdot kT \ll \epsilon \equiv n \cdot mc^2$.

В зависимости от масштабного фактора плотность энергии меняется (что можно получить из (5.5)) следующим образом

$$\epsilon \propto a^{-3(1+\gamma)} \propto \begin{cases} a^{-4} & \text{для релятивистской материи} \\ a^{-3} & \text{для пылевидной материи.} \end{cases} \quad (5.8)$$

¹ Иногда индекс, обозначающий момент времени («совр», «*», ...), будем опускать, если он ясен из контекста.

Случай $\gamma < 0$ трактуется часто как вакуумно-подобный (см. часть «инфляция» раздела 5.6). При $\gamma = -1$ материя по гравитационному действию эквивалентна космологическому Λ -члену, который может присутствовать в уравнениях классической гравитации. По этой причине последний явно опущен из уравнений (5.1). Он связан с плотностью энергии (и давлением) через соотношение

$$\epsilon = -p = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (5.9)$$

Такое состояние материи обладает инвариантностью относительно космологического расширения (см. (5.5) и (5.8)) и преобразований Лоренца, т.е. ϵ и p одинаковы в разные моменты времени и во всех движущихся СО. Однако их изменения могут быть обусловлены внутренними динамическими свойствами материи. Уравнение (5.9) реализуется для скалярного поля в состоянии «ложного вакуума», т.е. в состоянии с ненулевой потенциальной энергией в отсутствие возбуждений; но поле может изменить свое состояние из-за его неустойчивости.

Из уравнений (5.1а) и (5.8) видно, что член K/a^2 важен лишь на очень поздних стадиях (больших a) при $\gamma > -1/3$ (отрицательное ускорение (5.1б)) или на самых первых стадиях при $\gamma < -1/3$ (положительное ускорение (5.1б)). Это также легко проследить по уравнению (5.6), где член с кривизной подавляется квадратом скорости \dot{a}^2 расширения, растущим в прошлое при отрицательном ускорении Вселенной. В интересных для нас случаях им можно пренебречь, т.е. с хорошей точностью считать $K=0$ ($\Omega=1$). Тогда решение уравнений (5.1) для критической (полной) плотности, параметра Хаббла и масштабного фактора в зависимости от γ ($\neq -1$) дает

$$\epsilon_{\text{крит}} = \frac{1}{6(1+\gamma)^2 \pi G} \frac{1}{t^2}, \quad (5.10)$$

$$H = \frac{2}{3(1+\gamma)t}, \quad (5.11)$$

$$a \propto t^{\frac{2}{3(1+\gamma)}}. \quad (5.12)$$

Случай $\gamma = -1$ соответствует модели Вселенной де Ситтера, для которой из приведенных уравнений легко следует

$$\epsilon_{\text{крит}} = \epsilon = \text{const} , \quad (5.13)$$

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G \epsilon}{3}} , \quad (5.14)$$

$$a \propto \exp(Ht) . \quad (5.15)$$

Термодинамическое описание вещества в расширяющейся Вселенной

Всех в развитии космологии стало предположение Г. Гамова о горячем прошлом Вселенной, вылившееся в модель горячей Вселенной (или Большого Взрыва). В ней соединились уравнения эволюции Вселенной с точной термодинамикой и ядерной физикой, что резко повысило предсказательную силу космологии.

Согласно термодинамике частицы сорта i при температуре T подчиняются распределениям Ферми–Дирака или Бозе–Эйнштейна в зависимости от их спина¹

$$f_i \equiv \frac{dN_i}{d^3x d^3p} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{g_s}{\exp\left(\frac{E}{T}\right) \pm 1} , \quad (5.16)$$

где g_s – число спиновых состояний, знаки «+» и «–» для фермионов и бозонов соответственно. В (5.16) химический потенциал $\mu = 0$, что отвечает отсутствию какого-либо устойчивого остатка частиц, обусловленного возможным ненулевым сохраняющимся зарядом, связанным с сортом i . Для концентрации частиц из (5.16) получаем

$$n_i = \int f_i d^3p = \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_s T^3 & \text{для бозонов,} \\ \frac{3\zeta(3)}{4\pi^2} g_s T^3 & \text{для фермионов} \end{cases} \quad (5.17)$$

в ультрарелятивистском случае ($m_i \ll T$), где $\zeta(3) = 1,202$ – зета-функция, и

$$n_i = g_s \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{T}\right) \quad (5.18)$$

¹ Используется система единиц $\hbar=c=k=1$, где k – постоянная Больцмана.

для бозонов и фермионов в нерелятивистском случае ($m_i = m \gg T$).

Для плотности энергии имеем

$$\varepsilon_i = \int E \cdot f_i d^3 p = \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} g_s T^4 & \text{для бозонов,} \\ \frac{7\pi^2}{240} g_s T^4 & \text{для фермионов} \end{cases} \quad (5.19)$$

в ультрарелятивистском случае и $\varepsilon_i = mn_i$ в нерелятивистском. Отметим, что формула (5.19) для бозонов при $g_s = 2$ отвечает известному закону Стефана–Больцмана для испускательной способности фотонов $u = \varepsilon_\gamma / 4 = \sigma T^4$.

Полезно отметить соотношения между бозонными и фермионными концентрациями и плотностями при одинаковых у них g_s и T :

$$n_{\text{ферм}} = \frac{3}{4} n_{\text{боз}}, \quad \varepsilon_{\text{ферм}} = \frac{7}{8} \varepsilon_{\text{боз}}. \quad (5.20)$$

Формулы (5.8)–(5.10) относятся к изменению плотности всей материи во Вселенной с коэффициентом γ в уравнении равновесного состояния. Однако, если материя многокомпонентна, закон (5.8) справедлив для замкнутых (невзаимодействующих друг с другом¹) подсистем в отдельности. Каждая из подсистем, в свою очередь, может как состоять из нескольких компонент, находящихся друг с другом в термодинамическом равновесии, так и представлять собой отдельную(ые) компоненту(ы) (уже) невзаимодействующего вещества. Применимость данного закона в последнем случае следует пояснить, где неочевиден релятивистский предел.

При расширении Вселенной длина дебройлевской волны свободной (невзаимодействующей) частицы меняется (за счет гравитации) пропорционально масштабному фактору

$$\lambda \propto \frac{1}{p} \propto a. \quad (5.21)$$

Их концентрация меняется, очевидно, как $\propto 1/a^3$. Вследствие этого при расширении Вселенной свободные ультрарелятивистские частицы ($E = p$) сохраняют вид равновесного распределения (если та-

¹ Но взаимодействующих с коллективным гравитационным полем.

ковое было изначально), у которого меняется температура (см. (5.16)–(5.19)):

$$T \propto \frac{1}{a}. \quad (5.22)$$

Как следствие, формула (5.8) справедлива для невзаимодействующих частиц. В общем отметим, что космологическое расширение для взаимодействующих и невзаимодействующих частиц можно интерпретировать как адиабатический процесс, заменяя фактически работу против сил гравитации работой против сил давления¹.

Температура современной Вселенной оценивается по температуре наблюдаемого сейчас реликтового фона электромагнитного излучения – газа фотонов, оставшегося от ранних горячих стадий и остывшего до температуры

$$T^{\text{совр}} = 2,73 \text{ K}. \quad (5.23)$$

Их концентрация и плотность соответственно равны (см. (5.17) и (5.19))

$$n_{\gamma}^{\text{совр}} = 411 \frac{1}{\text{см}^3}, \quad \Omega_{\gamma}^{\text{совр}} \approx 5 \cdot 10^{-5}. \quad (5.24)$$

В период от $T=3000$ К до $T=2,73$ К реликтовое излучение распространялось свободно. При $T=3000$ К произошла рекомбинация – переход из плазмы в газ электронейтральных атомов.

Часто момент в прошлом во Вселенной характеризуют красным смещением, которое испытывает испущенный тогда фотон (остывает) за счет расширения к современному моменту:

$$z \equiv \frac{\lambda^{\text{совр}} - \lambda^{\text{ист}}}{\lambda^{\text{ист}}} = \frac{a^{\text{совр}}}{a^{\text{ист}}} - 1. \quad (5.25)$$

Моменту рекомбинации соответствует $z = 1100$. В период $z > 1100$ Вселенная для фотона непрозрачна. Тем не менее, формулы (5.21)–(5.22) для фотонной компоненты в отдельности и вместе с ней формально формула (5.25) применимы вплоть до $T \sim 100$ кэВ ($z \sim 4 \cdot 10^8$). Отклонение от указанной зависимости $\lambda, T(a)$ обуславливается наличием других компонент вещества (сортов частиц), на-

¹ Отметим, что уравнение (5.5) может быть переписано как $d(\varepsilon \cdot V) = -pdV$, т.е. в виде 2-го начала термодинамики для адиабатического процесса. Изменение объема происходит за счет космологического расширения $dV = d(a^3)/a^3 \cdot V = 3Hdt \cdot V$.

ходящихся в равновесии с фотонами, о чем будет сказано далее (см. (5.65) и комментарии к (5.58)).

В прошлом при высоких температурах доминировала ультрарелятивистская материя. Вклад в полную плотность фотонов становится значительным уже при температуре около $T = T_{\text{RD}} \approx 1 \text{ эВ}$ и выше, когда электроны и барионная материя (ядра) были еще сильно нерелятивистскими. Это происходит благодаря более резкой зависимости плотности релятивистского вещества (фотонов) от a (см. (5.8)).

Для заданной температуры T на RD-стадии полную плотность Вселенной, которая, как отмечалось, с высокой точностью равна в тот период критической, можно записать в виде (см. (5.19), (5.20))

$$\epsilon_{\text{крит}} = \sum_i \epsilon_i = \left(\sum_{i=\text{бозоны}} g_S \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{фермионы}} g_S \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 \right) \frac{\pi^2}{30} T^4. \quad (5.26)$$

Как видно, в сумме учтены вклады сортов только ультрарелятивистских частиц; каждый сорт рассматривается как компонента плазмы, дающая независимый (аддитивный) вклад при данной температуре (согласно теории Хагедорна). В формуле (5.26) для общности предполагается, что отдельные сорта частиц могут иметь отличную (T_i) от других температуру. Это возможно при выходе данного сорта частиц из термодинамического равновесия с остальными частицами, что, как отмечено выше, оставляет применимым их описание с помощью формул термодинамики. По умолчанию под T всюду подразумевается температура фотонной компоненты (и других, находящихся с ней в равновесии) вещества.

Для удобства выделим в (5.26) явно вклад фотонов ($g_S = 2$, $T_i = T$) и введем обозначения

$$\epsilon_{\text{крит}} = \kappa_\epsilon \epsilon_\gamma, \quad (5.27a)$$

$$\epsilon_\gamma \equiv \frac{\pi^2}{15} T^4, \quad (5.27b)$$

$$\kappa_\epsilon \equiv 1 + \sum_{\substack{i=\text{бозоны} \\ \neq \text{фотон}}} \frac{g_S}{2} \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{фермионы}} \frac{g_S}{2} \left(\frac{T_i}{T} \right)^4. \quad (5.27c)$$

Коэффициент κ_ϵ (5.27в) будем называть эффективным по вкладу в плотность энергии (ϵ) числом сортов частиц по отношению к фотону.

При температуре ~ 1 МэВ среди известных частиц в коэффициент κ_ϵ должны были давать полновесный вклад γ , e^+ , e^- , $v_{e,\mu,\tau}$, $\bar{v}_{e,\mu,\tau}$, находясь друг с другом в равновесии (см. обсуждение о нейтрино в разделе 5.3). Отметим, что каждое нейтрино имеет только одно спиновое состояние (лево-спиральное у нейтрино и право-спиральное у антинейтрино). Тогда

$$\kappa_\epsilon^{\text{извест}}(T \sim 1 \text{ МэВ}) = 1 + \frac{7}{8} \left(2 \cdot \frac{2}{2}(e^\pm) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}(v\bar{v}) \right) = \frac{43}{8}. \quad (5.28)$$

Приравнивая (5.27а) и (5.10) с $\gamma = 1/3$, можно получить зависимость температуры от времени на RD-стадии

$$T = \left(\frac{45}{32\pi^3 G} \right)^{1/4} \frac{1}{\kappa_\epsilon^{1/4} t^{1/2}} \approx 0,86 \text{ МэВ} \cdot \sqrt{\frac{1c}{t}}. \quad (5.29)$$

В период $T \leq m_i$ вклад в общую плотность частиц сорта i , находящихся в равновесии, подавляется (см. (5.18)); соответственно уменьшается эффективное число сортов κ_ϵ и изменяется температура остальных частиц, находившихся с сортом i в равновесии. Для количественного описания изменений температур и других характеристик различных компонент удобно использовать не саму энергию, которая не сохраняется, а энтропию. Последняя в приближении адиабатического расширения сохраняется ($S=\text{const}$), что следует из (5.5) (см. также сноску на стр. 153). Это приближение не допускает неравновесные процессы, производящие энтропию. К ним могут относиться некоторые фазовые переходы, распады частиц (с массой больше текущей равновесной температуры). В рамках СМ таких процессов в ранней Вселенной, по крайней мере, в период $T < \sim 1$ МэВ не предсказывается. В современной Вселенной к таким процессам можно отнести излучение звезд, при котором, в частности, высвобождается гравитационная энергия, явно опущенная из используемых уравнений термодинамики. Однако подобный вклад по сравнению с энтропией реликтового излучения (см. (5.31) и (5.64) ниже) пренебрежимо мал.

Согласно уравнениям термодинамики плотность энтропии ($s = S/V$) может быть определена следующим образом

$$s = \frac{\epsilon + p}{T} = \left(p = \frac{1}{3}\epsilon \right) = \frac{4\epsilon}{3T}. \quad (5.30)$$

Из данного выражения видно, что энтропия ультрарелятивистского газа пропорциональна его концентрации ($s \propto T^3 \propto n$). Для нерелятивистской материи, находящейся в термодинамическом равновесии (но имеющей устойчивый остаток, т.е. ненулевой химический потенциал в (5.18)), вклад в ϵ от массы покоя частиц, nm , принято исключать, как недоступный при изменении температуры ($s \sim \int d\epsilon/T$). Как следствие, для нее также $s \propto n$, что всегда дает пренебрежимо малый вклад (даже в современную нерелятивистскую эпоху, так как существует реликтовое излучение). Для компоненты газа, вышедшей из равновесия (прекратившей взаимодействие), энтропия не меняется, оставаясь равной своему значению на момент выхода.

Аналогично уравнениям (5.26)–(5.27) для энтропии запишем

$$s_{\text{полн}} = \kappa_s s_\gamma, \quad (5.31a)$$

$$s_\gamma \equiv \frac{4\pi^2}{45} T^3 = \frac{2\pi^4}{45\zeta(3)} n_\gamma, \quad (5.31b)$$

$$\kappa_s \equiv 1 + \sum_{\substack{i=\text{бозоны} \\ \neq \text{фотон}}} \frac{g_S}{2} \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{фермионы}} \frac{g_S}{2} \left(\frac{T_i}{T} \right)^3. \quad (5.31b)$$

Последний коэффициент есть эффективное по вкладу в плотность энтропии (s) число частиц, которое отличается от (5.17в) лишь показателем степени у температуры. κ_s и κ_e совпадают в случае $T_i = T$, что имеет место среди известных частиц при $T \sim 1$ МэВ.

Частицы сорта i выходят из термодинамического равновесия с частицами сорта j (с концентрацией n_j), когда скорость реакций (с сечением σ_{ij}), обеспечивающих данное равновесие (включая реакции с рождением и уничтожением i и j), становится меньше скорости изменения внешних условий. Последняя определяется скоростью космологического расширения H (5.2). Таким образом, момент выхода из равновесия определяется равенством

$$\Gamma_{i \text{ peak}} \equiv n_j \left\langle \sigma_{ij} v_{ij} \right\rangle = H, \quad (5.32)$$

где v_{ij} – относительная¹ скорость соответствующих частиц, « $\langle \rangle$ » означает усреднение по тепловому распределению. В случае, если невозможны реакции с изменением числа частиц i , но эффективны реакции обмена энергией, равновесие называется тепловым. Более точно эволюция частиц i описывается соответствующим кинетическим уравнением. После выхода из равновесия характеристики частиц данного сорта, как подчеркивалась выше, восстанавливаются по таковым на момент выхода ($s_i a^3 = \text{const}$, $n_i a^3 = \text{const}$). Выход из термодинамического равновесия, случающийся при $T < m_i$, т.е. после начала «выгорания» частиц i (см. (5.18)), называется *закалкой*, при $T > m_i$ – *отцеплением*. При отцеплении форма распределения, как отмечалось, не отклоняется от термодинамически равновесной; в то время как при закалке $n_i a^3 \rightarrow \text{const}$, а не $n_i a^3 \rightarrow 0$, как требует (5.18). После закалки частицы могут еще находиться какое-то время в тепловом равновесии.

В случае закалки частиц i и античастиц $j = \tilde{i}$ в равных количествах (они также могут быть друг другу тождественны $i = \tilde{i}$) их остаточная концентрация согласно (5.32) определяется сечением аннигиляции

$$n_i^* = \frac{H_*}{\langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle} = \frac{a_{\text{совр}}^3}{a_*^3} n_i^{\text{совр}}. \quad (5.33)$$

Оценка отношения кубов масштабных факторов, связывающего концентрации на моменты закалки и современный, показана в части «Ограничение на массу нейтрино» раздела 5.3. Подчеркнем, что это приближенная оценка современной концентрации. Однако стоит отметить обратную зависимость (5.33) от сечения аннигиляции. Слабо взаимодействующие частицы, которые могут быть недоступны поиску на ускорителе, должны присутствовать во Вселенной в большом количестве, по крайней мере, в период до их возможного распада. Это придает важность космологическому анализу, в которой мы постараемся ниже убедиться.

¹ В общем релятивистском случае скорость в данном выражении называется Мёллеровской.

Количество барионов (и электронов) в современной Вселенной оценивается их отношением к реликтовым фотонам как

$$\eta_B \equiv \frac{n_B^{\text{собр}}}{n_\gamma^{\text{собр}}} \approx 6 \cdot 10^{-10}. \quad (5.34)$$

Данное количество много больше, чем должно было быть после их закалки в ранней Вселенной при одинаковых количествах вещества и антивещества (см. часть «Проблема барионного избытка» раздела 5.5), не говоря о равномерном между ними распределении. Тем не менее, их вклад в полную плотность мал даже в настоящий период,

$$\Omega_B \approx 0,04, \quad (5.35)$$

и тем более мал в период $T < \sim 1$ МэВ.

Образование крупномасштабной структуры Вселенной

Важной составляющей модели Вселенной является теория формирования крупномасштабной структуры (КМС) Вселенной (галактик и их скоплений). Наблюдения показывают, что современная Вселенная имеет иерархическую структуру в пространственном распределении вещества на масштабах длины $0 < L < 100$ Мпк. Степень неоднородности плотности падает с увеличением L , так

что $\frac{\delta\epsilon}{\epsilon}(L = 100 \text{ Мпк}) \sim 1$, а при $L \gg 100$ Мпк Вселенная однородна.

Согласно развитой теории КМС могла формироваться на MD-стадии нерелятивистскими частицами. На RD-стадии структура формироваться не могла. Однако какие-либо зачаточные возмущения плотности на релятивистской стадии могут сохраняться, не меняясь ни в большую, ни в меньшую сторону, в виде звуковых волн (но при этом они испытывают космологическое красное смещение). На MD-стадии относительные возмущения плотности, пока они малы ($\delta\epsilon/\epsilon \ll 1$), растут со временем как

$$\frac{\delta\epsilon}{\epsilon} \propto t^{2/3} \propto a. \quad (5.36)$$

Рост неоднородностей происходит не для всякого их размера. Сверху он ограничен размером текущего горизонта Вселенной $\sim ct$, где c – скорость света. Снизу он ограничен размером, определяе-

мым длиной свободного пробега частиц, формирующих неоднородность.

Длина пробега зависит от взаимодействия данных частиц с частицами среды и друг с другом. Если они не взаимодействуют, то эта длинадается их свободным пробегом (свободным растеканием) за время порядка текущего возраста Вселенной (в период $T < \sim T_{\text{RD}}$). В любом случае этот размер пропорционален скорости частиц, которая, как правило, тем меньше, чем больше их масса, так что

$$L > L_{\min} \propto \frac{1}{m^\alpha}, \quad \alpha \sim 0,5 \div 1. \quad (5.37a)$$

Значение α определяется конкретными свойствами взаимодействия частиц. Предельная оценка L_{\min} соответствует случаю материи, не-взаимодействующей на протяжении всей стадии с момента, когда она стала нерелятивистской $T_i < T_{\text{неп}} \sim m_i$ (но «получившая» температуру T_i от взаимодействия ранее). В этом случае L_{\min} определяется размером горизонта Вселенной на момент $T_i = T_{\text{неп}}$,

$L_{\min} \propto ct_{\text{неп}} = ct(T_i \sim m)$. Учет расширения к современному периоду дает $L_{\min} \sim a_{\text{совр}} / a_{\text{неп}} \cdot ct_{\text{неп}}$. По порядку величины $a_{\text{совр}} / a_{\text{неп}} \sim T_{\text{неп}} / T_{\text{совр}}$, $t_{\text{неп}} \sim 1/(G^{1/2} T_{\text{неп}}^2) = m_{\text{Pl}} / T_{\text{неп}}^2$ (на RD-стадии), $T_{\text{неп}} \sim m_i$. Откуда

$$L_{\min} \sim \frac{m_{\text{Pl}}}{T_{\text{совр}}} \frac{1}{m_i}. \quad (5.37b)$$

Масса неоднородности $\sim \varepsilon_{\text{крит}} L_{\min}^3$.

В теории КМС для материи вводят классификацию. В случае, если L_{\min} много меньше размера галактик, материю называют холодной. В этом случае структура формируется в последовательности по времени от меньшего масштаба к большему. Плотность такой материи, равно как и их динамическая роль в эволюции Вселенной, начинает доминировать, когда частицы этой материи нерелятивистские (холодные). В случае, если L_{\min} примерно равен размеру скоплений галактик, материю называют горячей, последовательность обратная. Стадия доминантности соответствующих частиц наступает, когда они – (суб)релятивистские (горячие). Выделяют

также промежуточный случай – теплой материи ($L_{\min} \sim$ размера галактик, но меньше размера их скоплений).

Дальнейшее изложение необходимых основ космологии едва ли возможно, не переходя к сравнению конкретных предсказаний с наблюдениями. Следующие параграфы будут посвящены тому, что позволяет сказать космология, опираясь на данные наблюдений, о физике в (очень) ранней Вселенной. Начнем с ограничений, которые накладывает космология. Из их числа особое внимание заслуживают ограничения, основанные на космологическом нуклеосинтезе.

5.3. Предсказательная сила космологии: ограничения на физику ранней Вселенной

Основными наблюдательными данными, на которые опирается космология, являются данные о реликтовом излучении, о химическом составе вещества, о крупномасштабной структуре Вселенной. Каждый из видов данных позволяет исходя из космологических представлений предсказать физические явления в соответствующую эпоху. Особое значение для нас имеют данные о химическом составе Вселенной, так как их удается связать с условиями в ранней Вселенной с помощью известной физики (ядер и частиц), позволяя, тем самым, ограничить возможные выходы за ее рамки.

Космологический нуклеосинтез и ограничение на число сортов нейтрино

При температуре $T \sim \Lambda_{\text{КХД}} \sim 150$ МэВ во Вселенной должен был произойти КХД фазовый переход: из кварк-глюонной плазмы в адроны. Избыточное (но сравнительно малое) количество барионов (5.34) перешло в нуклоны. Для начала образования из нуклонов устойчивых ядер необходимо, чтобы темп образования легчайшего возможного ядра – дейтерия в реакции



превысил темп обратной реакции – реакции его разрушения



Последняя реакция идет за счет фотонов теплового фона с энергией, превышающей энергию связи D , $E_D = 2,2$ МэВ. Темп ее экспо-

ненциальном падает при $T \ll E_D$ за счет соответствующего уменьшения доли фотонов, приходящихся на хвост их энергетического распределения:

$$n_\gamma(>E_D) \sim n_\gamma \cdot (E_D/T)^2 \exp(-E_D/T) \equiv n_\gamma \cdot f(>E_D). \quad (5.40)$$

Используя определения скорости реакций (5.32), для условия начала синтеза дейтерия имеем

$$\begin{aligned} \Gamma_{D\text{ образ}} &= \Gamma_{D\text{ разруш}}, \\ \Gamma_{D\text{ образ}} &= n_{n,p} \langle \sigma_{np \rightarrow D\gamma} v_{np} \rangle \sim \eta_B n_\gamma \cdot \langle \sigma v \rangle, \\ \Gamma_{D\text{ разруш}} &= n_\gamma(>E_D) \langle \sigma_{D\gamma \rightarrow np} v_{D\gamma} \rangle \sim f(>E_D) n_\gamma \cdot \langle \sigma v \rangle. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Откуда

$$T \equiv T_D \sim E_D / \ln \left(\frac{400}{\eta_B} \right) \approx 0,1 \text{ МэВ}. \quad (5.42)$$

Данной температуре соответствует $t = t_D \sim 100$ с (получается из (5.29), где в κ_e (5.28) нужно убрать вклад e^+e^-).

При еще более высокой температуре, оценку которой мы сейчас приведем, нуклоны эффективно участвовали в реакциях слабого взаимодействия с нейтринами и электронами. Реакции



обеспечивали термодинамическое равновесие между двумя состояниями нуклона $N=n, p$ (за счет сильного взаимодействия такое равновесие невозможно из-за большой массы пионов). Согласно термодинамике заселенность двух состояний нуклона, отличающихся по энергии на $\Delta m = m_n - m_p = 1,29$ МэВ, определяется отношением

$$\frac{n_n}{n_p} \equiv \frac{n}{p} = \exp \left(-\frac{\Delta m}{T} \right). \quad (5.44)$$

Относительное количество нейтронов уменьшается, следуя данному отношению, с понижением температуры до значения T_* , при котором нарушается $n-p$ равновесие. При $T=T_*$ отношение между n и p (5.44) закаляется. Для условия выхода из данного равновесия из (5.32) записываем

$$\Gamma_{\text{peak}} \underset{(5.43)}{=} n_l \langle \sigma_{IN} v_{IN} \rangle = H(t_*) , \quad (5.45)$$

где $l = e, v$. Для оценки по порядку величины полагаем, считая $T_* > m_e > m_v$ (e, v – релятивистские) и используя (5.17) и (5.29),

$$n_{e,v} \sim T_*^3 , \quad (5.46a)$$

$$v_{IN} = 1 , \quad (5.46b)$$

$$\langle \sigma_{IN} v_{IN} \rangle \sim \langle G_F^2 \Delta E^2 \rangle \sim G_F^2 T_*^2 , \quad (5.46b)$$

$$H(t_*) = \frac{1}{2t_*} \sim G^{1/2} \kappa_{\epsilon^*}^{1/2} T_*^2 . \quad (5.46g)$$

Здесь индекс «*» означает момент $T = T_*$. Опущенные численные коэффициенты представляются значительными, однако их отсутствие не приводит к принципиальному отличию от точного результата (полученного с помощью уравнений кинетики) и делает оценку наглядней. Подставляя (5.46) в (5.45), получим

$$T_* \sim \frac{\kappa_{\epsilon^*}^{1/6} G^{1/6}}{G_F^{2/3}} \approx 1 \text{ МэВ.} \quad (5.47)$$

Данной температуре соответствует $t_* \sim 1$ с. Данный момент знаменует отцепление нейтрино – выход их из равновесия, который случается вместе с «замораживанием» реакций (5.43) и реакции n -рассеяния.

Формула (5.44) при $T = T_*$ дает закаленное n - p отношение. Более точные оценки дают

$$\frac{n}{p}(t_*) \approx \frac{1}{6} . \quad (5.48)$$

За промежуток времени $t_* \div t_D$ примерно 10% нейтронов успевает распасться до того, как они начнут объединяться с протонами вдейтерий. Таким образом

$$\frac{n}{p}(t_D) \approx \frac{1}{7} . \quad (5.49)$$

Дальнейшая цепочка реакций переводит практически все нейтроны в гелий-4, ${}^4\text{He}$.





Все реакции протекают сравнительно за короткое время. Синтез более тяжелых ядер не происходит из-за высокого кулоновского барьера и отсутствия устойчивых ядер с атомными числами 5 и 8. Практически все нейтроны и протоны распределяются между водородом и гелием-4, так что для их массовых долей получается

$$\frac{\epsilon_H}{\epsilon_B} \approx \frac{1 - n/p}{1 + n/p} \approx 0,75, \quad (5.51\text{а})$$

$$\frac{\epsilon_{He}}{\epsilon_B} \equiv Y_p \approx \frac{2(n/p)}{1 + n/p} \approx 0,25. \quad (5.51\text{б})$$

На все остальные ядра приходится много меньше 1%. Для них

$$\frac{n(D)}{n(H)} \sim 3 \cdot 10^{-5}; \quad \frac{n({}^3\text{He})}{n(H)} \sim 10^{-5}; \quad (5.52\text{а})$$

$$\frac{n({}^7\text{Li})}{n(H)} \sim 10^{-10}; \quad \frac{n({}^6\text{Li})}{n(H)} \sim 10^{-13}; \quad \frac{n({}^9\text{Be})}{n(H)} < 10^{-17}. \quad (5.52\text{б})$$

Данные предсказания зависят от количества барионов (5.34). Для гелия-4 данная зависимость обусловлена распадом n (в частности, формулой (5.42)) и сравнительно слабая. Особенно чувствительно к η_B оказывается обилие дейтерия, значительная доля которого, образовавшегося в реакции (5.38), переходит в ${}^4\text{He}$ во взаимодействии с тритием (5.50е), чье количество (получающееся также из D) оказывается примерно пропорциональным η_B . Это, в свою очередь, позволяет установить допустимые значения η_B , исходя из химического состава.

Отличие наблюдаемого химического состава от предсказаний (5.51)–(5.52) говорит о его «вторичном» (звездном) происхожде-

нии. Первичное количество элементов восстанавливается из анализа зависимости химического состава астрофизических объектов (звезд, газовых облаков) от относительного содержания тяжелых элементов С, N, O и др. В оценках, полученных в результате экстраполяций таких зависимостей (к нулевому содержанию тяжелых, вторичных элементов), важен учет систематических ошибок. К сожалению, в работах часто приводятся результаты с учетом лишь малых (в таком методе) статистических ошибок. В итоге нередко обнаруживается противоречие между работами и, главное, выводами из них, которые могут иметь принципиальное значение особенно в случае оценки количества первичного гелия-4 (см. далее).

На рис. 5.1 показаны предсказания относительных содержаний первичных элементов в зависимости от η_B в сравнении с оценками, основанными на наблюдениях, с учетом их ошибок.

Как отмечено, практически все нейтроны переходят в результате первичного нуклеосинтеза в гелий-4, так что закаленное количество нейтронов (5.44) предопределило количество ^4He во Вселенной. Как видно из (5.44) и (5.47), n/p отношение зависит от числа сортов частиц κ_{ϵ^*} , вклады в которое известных частиц учтены в (5.28). Важно подчеркнуть, что вклад в κ_{ϵ^*} вносят любые частицы, включая любые неизвестные, которые даже не взаимодействуют (кроме как гравитационно) с обычными частицами.

Проследим влияние на предсказание обилия ^4He числа сортов нейтрино. Предполагаем, что все сорта дают одинаковый вклад в κ_{ϵ^*} , т.е. нейтрино каждого сорта ультраквантитативистские ($m_v \ll T_v$) с $T_v = T$ и одним спиновым состоянием. Обобщая (5.28), имеем

$$\kappa_{\epsilon}(T \sim 1\text{МэВ}) = 1 + \frac{7}{8}(2 + N_v). \quad (5.53)$$

Отметим, что $N_v - 1$ (исключая электронный) сорт нейтрино не участвуют в реакциях (5.43), определяющих отношение n/p ; тем не менее, они влияют на закаленное значение. Для удобства результаты будем нормировать на случай $N_v = 3$ (точная оценка которого содержит ряд деталей, вынесенных за рамки данного изложения), наделяя все величины для произвольного N_v штрихом «'». Отношение (5.44) для $T = T'_*$ (см. (5.47)) представим в виде

$$\left(\frac{n}{p}\right)' = \exp\left\{-\frac{\Delta m}{T_*} \left(\frac{\kappa_{\epsilon^*}}{\kappa'_{\epsilon^*}}\right)^{1/6}\right\} = \left(\frac{n}{p}\right)^{(\kappa_{\epsilon^*}/\kappa'_{\epsilon^*})^{1/6}}. \quad (5.54)$$

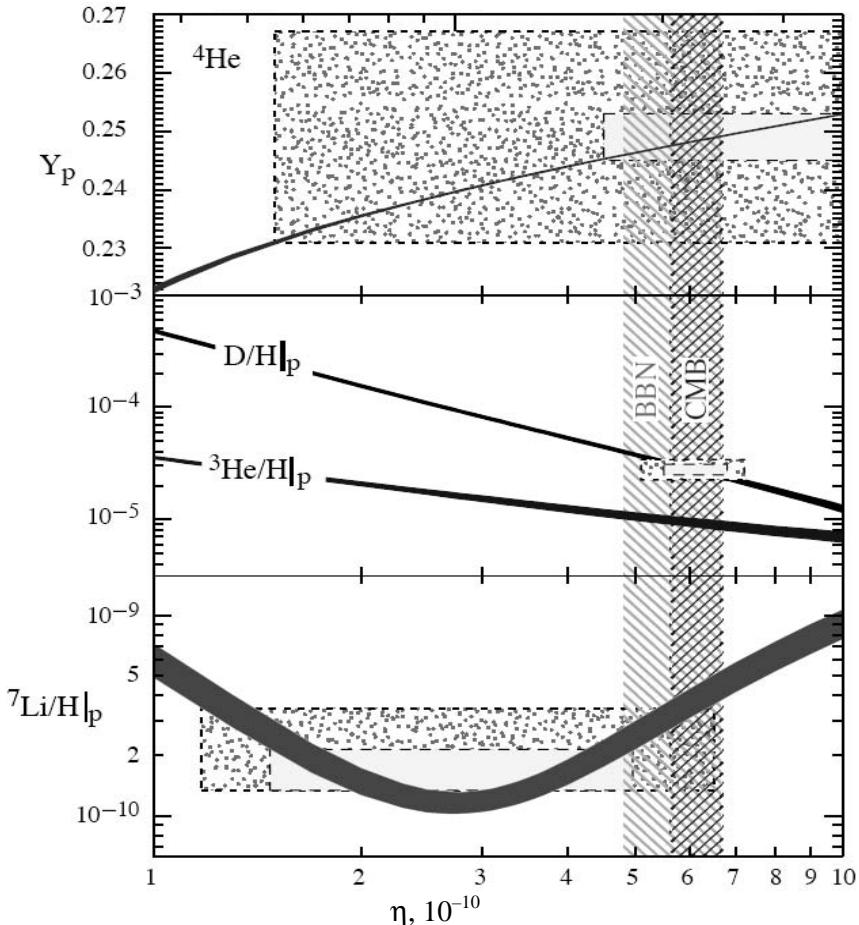


Рис. 5.1. Относительные содержания первичных химических элементов в зависимости от количества барионов. Толщины линий отражают точность предсказаний. Прямоугольниками показаны области значений в пределах статистических (внутренний) и систематических (внешний) ошибок, полученные из наблюдений. Вертикальные полосы показывают области значений η_B , допустимых из анализа первичного нуклеосинтеза (BBN) и реликтового излучения (CMB). Индекс «р» означает первичный (primordial)

В качестве n/p (без штриха) будем брать значение (5.48), пренебрегая для простоты отличием от (5.49), вызванным распадом нейтрона. Выбранному значению соответствует $Y_p = 25\%$. Из рис. 5.1 видно, что в допустимых пределах для η_B предсказываемое (для $N_v = 3$) $Y_p \approx \approx (24,6 \div 24,9)\%$. Значение Y'_p оценивается с помощью (5.51б), заменяя $(n/p) \rightarrow (n/p)'$. Результат приведен на рис. 5.2. Ошибка, вызванная пренебрежением распада нейтрона, составляет $\Delta Y'_p \approx 0,1 \cdot (0,25 - Y'_p)$.

Как видно из рис. 5.2, один сорт нейтрино меняет Y_p чуть больше, чем на 1%. Учитывая лишь статистические ошибки в оценке первичного обилия ^4He исходя из наблюдений (см. рис. 5.1) можно было бы исключить лишний (четвертый) сорт нейтрино, что поставило бы данный результат космологии на один уровень с результатами экспериментов на ускорителях. Однако верхняя оценка Y_p , полученная из наблюдений с учетом систематических ошибок (см. рис. 5.1), допускает «почти два» лишних сорта нейтрино (сравните с рис. 5.2). Современные оценки, основанные как на космологическом нуклесинтезе, так и реликтовом излучении, дают

$$2,0 < N_v < 4,5 \quad (5.55)$$

на уровне достоверности 95%; оценки, основанные только на нуклесинтезе, допускают чуть более широкий интервал N_v .

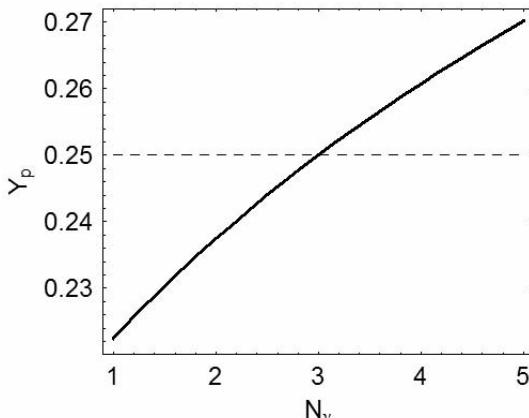


Рис. 5.2. Приближенная зависимость предсказываемого обилия первично-го гелия-4 от числа сортов нейтрино. Нормировано на $Y_p(N_v = 3) = 0,25$

Данный результат весьма важен, так как иллюстрирует методику ограничения любых видов частиц. Она основывается на связи вклада частиц в плотность Вселенной в период $t \sim 1$ с с наблюдаемым обилием гелия. Если в случае с числом сортов (легких) нейтрино (Стандартной Модели) эксперименты на ускорителе держат первенство над космологическими предсказаниями, то обобщение последних на более экзотические частицы меняет положение.

При рассмотрении экзотических частиц может требоваться уточнение их вклада в плотность плазмы на момент $t \sim 1$ с. Различие между вкладом неизвестного сорта (релятивистских) частиц и вкладом сорта нейтрино могут составлять не только разные спиновые характеристики, но разные характеристики взаимодействия. Более слабое, чем у нейтрино, взаимодействие частицы приводит к выходу их из равновесия до $t \sim 1$ с, что может обусловливать различие по температуре между данными частицами и остальными. Такая ситуация случается с известными нейтрино в период $t > 1$ с, рассмотрение которой важно в оценке современной плотности нейтрино, приводимой в следующей части.

Ограничение на массу нейтрино

После отцепления нейтрино от окружающего вещества примерно в момент (5.47) их количество не меняется вплоть до современного момента, если не предполагать их распад. Под количеством в таком случае подразумевается таковое в сопутствующем объеме, т.е. выделенном в системе покоя газа нейтрино и расширяющемся $\propto a^3$. Следовательно, современная концентрация будет

$$n_{\nu\bar{\nu}}(t_{\text{совр}}) = n_{\nu\bar{\nu}}(t_*) \frac{a_*^3}{a_{\text{совр}}^3}. \quad (5.56)$$

На момент $t = t_*$ концентрация нейтрино была связана с концентрацией фотонов согласно термодинамическому соотношению (см. (5.20))

$$n_{\nu\bar{\nu}}(t_*) = \frac{3}{4} n_\gamma(t_*) \quad (5.57)$$

для каждого сорта нейтрино в отдельности. Практически единственной «привязкой» в подобных оценках являются концентрация и

температура фотонов, которые известны из наблюдений для современного периода. Из (5.17) для (5.56) и (5.57) записываем

$$n_{\bar{v}v}(t_{\text{совр}}) = \frac{3}{4} n_\gamma(t_{\text{совр}}) \frac{T_*^3}{T_{\text{совр}}^3} \frac{a_*^3}{a_{\text{совр}}^3}. \quad (5.58)$$

Далее нужно связать с масштабным фактором температуру, которая в случае фотонов отклоняется от (5.22) из-за аннигиляции («выгорания») e^-e^+ в фотоны при $T < m_e < T_*$ (позже момента t_*). Для этого воспользуемся законом сохранения энтропии (см. разъяснения в части «Термодинамическое описание вещества в расширяющейся Вселенной» раздела 5.2):

$$s_* a_*^3 = s_{\text{совр}} a_{\text{совр}}^3, \quad (5.59a)$$

$$s_* = (s_{\bar{v}v} + s_\gamma + s_{e^+e^-})_*, \quad (5.59b)$$

$$s_{\text{совр}} = (s_{\bar{v}v} + s_\gamma)_{\text{совр}}. \quad (5.59c)$$

Здесь под $s_{\bar{v}v} a^3$ понимается энтропия всех сортов нейтрино. Она сохраняется в отдельности, поскольку нейтрино отцепились и ведут себя как замкнутая система. Тогда после подстановки (5.59b) и (5.59c) в (5.59a) получаем с использованием (5.31)

$$(s_\gamma + s_{e^+e^-})_* a_*^3 = s_\gamma^{\text{совр}} a_{\text{совр}}^3, \quad (5.60a)$$

$$\left(1 + \frac{7}{8} \cdot 2\right) T_*^3 a_*^3 = T_{\text{совр}}^3 a_{\text{совр}}^3. \quad (5.60b)$$

Из (5.60b) и (5.58) окончательно получаем (для каждого сорта нейтрино в отдельности)

$$n_{\bar{v}v}(t_{\text{совр}}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{11} n_\gamma(t_{\text{совр}}) = \frac{3}{11} n_\gamma^{\text{совр}}. \quad (5.61)$$

Точно такую же оценку можно формально проделать, используя формулу для концентрации фермионов (5.17) (то же, что сделано в приведенной оценке для фотонов в (5.58)). Применение ее к текущему периоду требует определения современной температуры нейтрино. Это может, конечно, иметь только условный характер, поскольку реликтовые нейтрино сейчас, вероятно, нерелятивистские, сосредоточены в галактиках и подчиняются распределению, не обусловленному термодинамикой. Тем не менее, исходя из эквивалентности данных оценок «условная» современная температура

нейтрино по отношению к фотонной восстанавливается из сохранения энтропий $S_{v\bar{v}}$ и $S_{\gamma+e^+e^-}$ (5.60а). Так что

$$T_v^{\text{совр}} = (4/11)^{1/3} T_\gamma^{\text{совр}}. \quad (5.62)$$

Отметим для общности следующее. Поскольку $s \propto a^{-3}$, также как концентрация отцепившихся или закаленных частиц i в момент $t_*(T_*)$, то современную концентрацию любых (реликтовых) частиц i можно оценить как $n_{i*} \cdot s_{\text{совр}} / s_*$ или, используя (5.31),

$$n_i(t_{\text{совр}}) = r_{i*} \cdot n_\gamma^{\text{совр}} \frac{\kappa_s^{\text{совр}}}{\kappa_s^*}, \quad (5.63)$$

где $r_{i*} \equiv n_{i*} / n_{\gamma*}$ (в случае нейтрино $r_{i*} = 3/4$). Современное значение κ_s складывается, в основном, из вкладов фотонов и нейтрино (среди известных частиц)

$$\kappa_s^{\text{совр}} = 1 + \frac{7}{8} \cdot 3 \cdot \frac{4}{11} = \frac{43}{22} \cong 1,955. \quad (5.64)$$

Если частицы i в момент $t=t_*$ вышли из равновесия, будучи релятивистскими, (т.е. отцепились, а не закалились), то их вклад в плотность энергии (5.27) (пока они релятивистские) и плотность энтропии (5.31) на момент $t > t_*$ будет определяться температурой

$$T_i(t) = T(t) \cdot [\kappa_s(t) / \kappa_s(t_*)]^{1/3}. \quad (5.65)$$

Для современной плотности реликтовых нейтрино получаем

$$\Omega_v = \sum_{\text{по сортам } v} \frac{m_v n_{v\bar{v}}^{\text{совр}}}{\epsilon_{\text{крит}}^{\text{совр}}} \approx \sum_{\text{по сортам } v} \frac{m_v}{50 \text{ эВ}}. \quad (5.66a)$$

Принимая во внимание существующие оценки полной плотности Вселенной безотносительно типа населяющей материи, можно наложить ограничение на массу

$$\sum_{\text{по сортам } v} m_v < 50 \text{ эВ}. \quad (5.66b)$$

Данное ограничение лучше существующих прямых экспериментальных ограничений на массы μ - и τ -нейтрино, не учитывающих указания на осцилляции нейтрино.

Кроме того, принимая во внимание динамические характеристики нейтринной компоненты вещества, ограничение существен-

но усиливается. Нейтрино относится к горячему типу материи – горячей скрытой массе HDM (от английского Hot Dark Matter). Как отмечалось, с ее помощью нельзя сформировать объекты во Вселенной меньше определенного размера (5.37) (для легких нейтрино пригодна оценка (5.37б)). Возмущения плотности, меньшего чем (5.37б) размера, размываются. Анализ данных о КМС Вселенной позволяет наложить ограничение

$$\Omega_v < 0,015, \quad (5.67a)$$

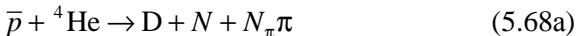
фактически нивелирующее роль HDM в формировании КМС. Откуда

$$\sum_{\text{по сортам} v} m_v < 0,7 \text{ эВ}. \quad (5.67b)$$

Ограничение на неравновесные процессы в ранней Вселенной

Изложенная выше картина космологического нуклеосинтеза исходила исключительно из известной физики частиц и ядер и термодинамики, за исключением параметра плотности барионов η_B . Все явления, не укладывающиеся в данные рамки, требуют специального учета и могут приводить к изменению предсказания первичного химического состава Вселенной. К ним могут относиться неравновесные процессы в период после $t \sim 1$ с. В качестве простого примера можно привести (неравновесное) рождение p и n , которое напрямую меняет закаленное n/p отношение. Следовательно, на данный процесс можно наложить ограничение, исходя из наблюдаемого химического состава.

Интересен другой пример, когда рождаются p и n в равных (малых) количествах с \bar{p} и \bar{n} , не меняя явно отношение n/p и η_B . Это могут быть распады каких-то частиц с массой $m > 2m_N > T$, где $T < T_*$ – температура на момент распада и m_N – масса нуклона. Появление антинуклонов, в частности антипротонов, даже сравнительно в малом количестве может заметно сказываться на предсказываемом первичном обилии редких элементов (D , ^3He , и др.). Антипротоны будут взаимодействовать с распространенным ^4He , разрушая его на более легкие ядра



Поскольку $n(D, {}^3\text{He})/n({}^4\text{He}) \sim 10^{-4}$ (см. (5.51) и (5.52)), то достаточно разрушить 10^{-4} долю гелия-4, никак не заметную по наблюдениям, чтобы получить наблюдаемые количества D , ${}^3\text{He}$. Это позволяет ограничить допустимое количество $\bar{p}(\bar{n})$. Их наличие в период после нуклеосинтеза с долей

$$f > 2,5 \cdot 10^{-3} \quad (5.69)$$

по отношению к барионам (нуклонам) приводило бы к наблюдаемому избытку редких элементов и, следовательно, исключено.

Процессы, порождающие энергичные фотоны (в результате электромагнитного каскада), могут приводить к расщеплению «рыхлого» D при энергии фотона $E_\gamma > 2,2$ ГэВ в реакции (5.39) и, с другой стороны, при $E_\gamma > 19,8$ ГэВ к его образованию, расщепляя хорошо связанный гелий-4



Рождающиеся «осколки» ядер в реакциях типа (5.68), (5.70) могут, преодолевая кулоновский барьер, давать цепочку ядерных превращений с образованием других ядер, включая более тяжелые.

Еще более чувствительно к подобным неравновесным процессам обилие более редких элементов (${}^7\text{Li}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^9\text{Be}$, B). Однако информация о первичном количестве некоторых из них уже не доступна из наблюдений. Тем не менее, анализ таких процессов дает сильный инструмент для ограничения соответствующей физики. И, напротив, обнаружение расхождения наблюдений с предсказаниями стандартной теории космологического нуклеосинтеза будет свидетельствовать в пользу возможных подобных процессов, не укладывающихся в ее рамки.

Важным источником информации о физических условиях в ранней Вселенной является реликтовое излучение. До рекомбинации $T > T_{\text{рек}} \approx 3000$ К оно находилось в равновесии с электронами и протонами. Однако в последний перед рекомбинацией период равновесие было тепловое, а не термодинамическое. Оно не позволяет

сгладить возмущения спектра фотонов, приводя его к планковской форме, а приводит к распределению Бозе–Эйнштейна с $\mu \neq 0$. Если имеет место возмущение в виде энергичных электронов $e_{\text{неравн}}$ или фотонов $\gamma_{\text{неравн}}$, то условием восстановления планковской формы спектра фотонов будет достаточная скорость реакций (т.е. $\Gamma_{\text{peak}} > H$)

$$e_{\text{неравн}} + Z \rightarrow e + Z + \gamma, \quad (5.71\text{а})$$

$$\gamma_{\text{неравн}} + e, Z \rightarrow \gamma + \gamma + e, Z, \quad (5.71\text{б})$$

где Z – любое ядро, включая протон. Оценки показывают, что относительные возмущения энергии

$$\frac{\delta \epsilon_{\text{неравн}}}{\epsilon_\gamma} > 3 \cdot 10^{-4}, \quad (5.72\text{а})$$

случившиеся в период

$$t > 10^5 \text{ с} \text{ или } z < 10^7, \quad (5.72\text{б})$$

должны были оставить заметные искажения спектра реликтовых фотонов и, следовательно, исключены.

Ограничение на релятивистскую материю в период формирования КМС

Как отмечалось, условием формирования КМС является доминантность нерелятивистской материи. Для согласия с наблюдаемой КМС MD-стадия должна иметь достаточную продолжительность.

С одной стороны, наличие дополнительных форм релятивистской материи ограничено космологическим нуклеосинтезом (см. соответствующую часть данного раздела выше), так что их вклад едва ли может оставаться заметным позже момента $T \sim T_{\text{RD}} \approx 1 \text{ эВ}$. Также количество релятивистской материи ограничено и в более позднюю эпоху по эффекту размыивания ей зародышевых возмущений плотности (см. (5.67а)). Кроме того, информацию о содержании различных типов материи во Вселенной можно получить из анализа малой анизотропии реликтового излучения.

Однако RD-стадия может наступать в более поздний период, например, в результате распада (нерелятивистских) частиц i (с вре-

менем жизни $t_i \approx t_{\text{RD}}(T_{\text{RD}})$, дававших доминирующий вклад в общую плотность вещества. После распада доминирующий вклад будут иметь продукты распада, которые будут релятивистскими при большом соотношении масс между родительской и распадными частицами m_i/m_f . Продолжительность RD-стадии, вызванной распадом, будет зависеть от данного соотношения и количества продуктов N_f (в пренебрежении вкладом в плотность других компонент вещества). Средний начальный импульс частицы f (самой массивной среди всех продуктов) есть m_f/N_f , на момент дерелятивизации – $\sim m_f$. В период между распадом i и дерелятивизацией f масштабный фактор меняется как $a_f/a_i = (t_f/t_i)^{1/2} \sim m_i/(m_f N_f)$. После t_f плотность (нерелятивистских) частиц f возрастает по отношению к плотности остальных $N_f - n_f$ (релятивистских) продуктов пропорционально масштабному фактору (см. (5.8)) и становится преобладающей при $a \sim a_f (N_f - n_f)/n_f$, где n_f – число частиц f среди всех продуктов N_f . Таким образом, за время RD-стадии, вызванной распадом f , масштабный фактор меняется следующим образом

$$\frac{a}{a_i} \sim \frac{m_i}{m_f} \frac{N_f - n_f}{n_f N_f}, \text{ если } N_f > n_f, \quad (5.73a)$$

$$\frac{a}{a_i} \sim \frac{m_i}{m_f} \frac{1}{N_f}, \text{ если } N_f = n_f. \quad (5.73b)$$

Это соответствует промежутку времени

$$\Delta t \sim (a/a_i)^2 - t_i, \quad (5.74)$$

который должен быть много меньше современного возраста Вселенной (точнее даже 10^9 лет), необходимого для формирования КМС.

Стоит отметить, что несмотря на специфичность физической ситуации, когда такое ограничение может иметь действие, оно явно не зависит от взаимодействия частиц i с известными частицами. Это ставит данное ограничение в один ряд с ограничениями, вытекающими из наблюдаемого количества гелия-4 (см. (5.55)) и полной плотности Вселенной (см. (5.66)).

Читателям, желающим более подробно ознакомиться с тематикой частей о космологических ограничениях на неравновесные

процессы и релятивистскую материю в период формирования КМС можно посоветовать книгу [3].

Далее будут даны примеры применения космологических ограничений к некоторым конкретным моделям, относящимся к новой физике и обсуждавшимся ранее.

5.4. Примеры космологических ограничений конкретных физических моделей

Ограничение на гравитино

Частица гравитино (\tilde{G}) предсказывается при суперсимметричных расширениях СМ, включающих гравитацию (см. раздел 4.1). В широком классе моделей с нарушением суперсимметрии с помощью гравитации (в моделях супергравитации, SUGRA) гравитино имеет массу порядка масс остальных суперчастиц $\sim 100\text{--}1000$ ГэВ. При этом амплитуда взаимодействия \tilde{G} с другими частицами обратно пропорциональна массе Планка $m_{\text{Pl}} = G^{-1/2}$, так что вероятность процесса с участием гравитино подавляется как $(E/m_{\text{Pl}})^2$, где E – энергия процесса. Вследствие этого для нестабильного гравитино предсказывается большое время жизни

$$\tau_{\tilde{G}} \sim \frac{m_{\text{Pl}}^2}{m_{\tilde{G}}^3} \sim \text{год} \left(\frac{100 \text{ ГэВ}}{m_{\tilde{G}}} \right)^3. \quad (5.75)$$

Из-за своего чрезвычайно слабого взаимодействия гравитино во Вселенной могли находиться в термодинамическом равновесии с окружающим веществом лишь при субпланковских температурах $T_G < \sim m_{\text{Pl}}$. Если после отцепления они доживали бы до современной эпохи, то согласно (5.63) их вклад в плотность был бы равен

$$\Omega_{\tilde{G}}^{\text{совр}} = \frac{m_{\tilde{G}} n_{\tilde{G}}^{\text{совр}}(t_{\text{совр}})}{\epsilon_{\text{крит}}^{\text{совр}}} = r_{\tilde{G}^*} \cdot \frac{\kappa_s^{\text{совр}}}{\kappa_s^*} \cdot \frac{m_{\tilde{G}} n_{\gamma}^{\text{совр}}}{\epsilon_{\text{крит}}^{\text{совр}}} \sim 10^8 \frac{m_{\tilde{G}}}{100 \text{ ГэВ}}. \quad (5.76)$$

Для численной оценки в (5.76) полагалось $r_{\tilde{G}^*} = 3/2$, где учитывалось, что гравитино – майорановская частица со спином $3/2$ и четырьмя спиновыми состояниями (два спиновых состояния гравитино приобретает от голдстини при нарушении суперсимметрии,

становясь массивным); $\kappa_s^* \sim 10^2$, что отвечает минимальному суперсимметричному расширению состава частиц СМ.

Требуя $\Omega_{\tilde{G}}^{\text{собр}} < 1$, из (5.76) получаем ограничение на массу \tilde{G} (аналогично ограничению для нейтрино (5.666))

$$m_{\tilde{G}} < 1 \text{ кэВ}. \quad (5.77)$$

Несмотря на зависимость данного ограничения от предположения о составе частиц, оно практически исключает при данном рассмотрении массу $m_{\tilde{G}} \sim 100 \text{ ГэВ}$, типичную для супергравитации. Однако оно не исключает модели суперсимметрии типа GMSB, где гравитино легкие.

Если гравитино нестабильны, то их распад в период $t > 1 \text{ с}$ имел бы (негативное) влияние на космологический нуклеосинтез и в период $t > 10^5 \text{ с}$ – на реликтовое излучение (см. соответствующие части в разделе 5.3). Требуя во избежание этого $\tau_{\tilde{G}} < 1 \text{ с}$, из (5.75) получаем

$$m_{\tilde{G}} > 10 \text{ ТэВ}. \quad (5.78)$$

Однако следует сделать следующее замечание. Ограничения (5.77)–(5.78) получены, предполагая справедливость описанной в разделах 5.2–5.3 космологической картины горячей Вселенной вплоть до планковских температур. Но это может быть не так. В действительности, лишь о периоде $t > 1 \text{ с}$ эволюции Вселенной мы можем говорить, основываясь на проверенной физике и данных наблюдений (о химическом составе). Мы не имеем данных наблюдений, которые удалось однозначно связать с периодом $t < 1 \text{ с}$ ($T > 1 \text{ МэВ}$). С одной стороны, физика проверена до энергий $\sim 100 \text{ ГэВ}$, однако, например, за ее рамками остается (пока) объяснение наблюданного во Вселенной барионного избытка. В связи с этим условимся Вселенную в период $t < 1 \text{ с}$ называть *очень ранней*. Таким образом, предсказания, основанные на космологии очень ранней Вселенной, имеют модельно зависимый характер.

В случае, если модель супергравитации верна, ограничения (5.77)–(5.78) могут быть сняты. Это может быть сделано, предположив, что во Вселенной не было температур $\sim T_G$. Более того, в развивающихся сейчас инфляционных моделях очень ранней Вселен-

ной, о которых речь специально пойдет в части «инфляция» раздела 5.6, предсказывается температура первичного (точнее послеинфляционного) разогрева («рехитинга») T_R , много меньшая T_G . Для многих из них типичны $T_R \sim 10^8 \div 10^{10}$ ГэВ. В этом случае гравитино во Вселенной рождаются, не достигая термодинамически равновесного количества. Их количество определяется реакциями взаимодействия частиц плазмы (например, $g + g \rightarrow \tilde{G} + \tilde{g}$), чей темп теперь много меньше скорости расширения Вселенной. Оценим его.

В сопутствующем объеме V в единицу времени гравитино будут рождаться в результате реакций вида $i + j \rightarrow \tilde{G} + X$ в количестве

$$\dot{N}_{\tilde{G}} = n_i n_j \left\langle \sigma_{ij \rightarrow \tilde{G}X} v_{ij} \right\rangle V. \quad (5.79)$$

Для удобства перейдем к оценке числа (концентрации) гравитино, отнесенному к числу фотонов, заменяя $V = N_\gamma / n_\gamma$. Для оценки по порядку величины полагаем $n_{i,j,\gamma} \sim T^3$, $\langle \sigma v \rangle \sim m_{\text{Pl}}^{-2}$. Интегрируя (5.79) по времени $dt \sim m_{\text{Pl}} dT / T^3$ (см. (5.29)), для относительного числа гравитино в позднюю эпоху получаем

$$\frac{n_{\tilde{G}}}{n_\gamma} = \int_{t(T=T_R)}^{t(T \sim m_G)} \frac{\dot{N}_{\tilde{G}}}{N_\gamma} dt \sim \int_{m_{\tilde{G}} \ll T_R}^{T_R} T^6 m_{\text{Pl}}^{-2} T^{-3} \frac{m_{\text{Pl}} dT}{T^3} = \frac{T_R}{m_{\text{Pl}}}. \quad (5.80)$$

Результат прямо пропорционален T_R

$$\Omega_{\tilde{G}} = \frac{m_{\tilde{G}} n_{\tilde{G}}}{\epsilon_{\text{крит}}} \sim \frac{m_G n_\gamma}{\epsilon_{\text{крит}} m_{\text{Pl}}} \frac{T_R}{m_{\text{Pl}}}, \quad (5.81)$$

имея подавление по сравнению с (5.76) на фактор $\sim T_R/m_{\text{Pl}}$ (результат также зависит от $m_{\tilde{G}}$ через $\langle \sigma v \rangle$).

Ограничения (5.77)–(5.78) на массу гравитино – параметр моделей супергравитации «переформулируются» в ограничения на T_R – параметр инфляционных моделей.

В случае стабильных гравитино с $m_{\tilde{G}} \sim 100$ ГэВ получается

$$T_R < 10^{9+10} \text{ ГэВ}. \quad (5.82)$$

Если гравитино нестабильно, то его распад возможен с образованием антiprotona

$$\tilde{G} \rightarrow \tilde{g} + g \rightarrow \bar{p} + X . \quad (5.83)$$

В этом случае применима методика, описанная в части о неравновесных процессах раздела 5.3, где данные о содержании редких элементов выступают в качестве чувствительных индикаторов антипротонов в ранней Вселенной ($f_{\bar{p}} < 2,5 \cdot 10^{-3}$). Это приводит для $m_{\tilde{G}} \sim 100$ ГэВ к ограничению (вместо (5.78))

$$T_R < 10^8 \text{ ГэВ} \quad (5.84a)$$

по данным о первичном ${}^3\text{He}$. Привлечение данных о еще более редких элементов таких, как ${}^6\text{Li}$, может усилить ограничение (5.84a) (подробнее см. [3])

$$T_R < 4 \cdot 10^6 \text{ ГэВ} . \quad (5.84b)$$

В последнее время помимо описанного механизма рождения гравитино (теплового) обсуждаются и другие механизмы. Если гравитино стабильно, то в силу сохранения R-четности (обеспечивающего его стабильность) следующая по массе частица-суперпартнер (СМЧС) распадается с образованием гравитино

$$\text{СМЧС} \rightarrow \tilde{G} + X . \quad (5.85)$$

Рождение СМЧС, в свою очередь, может определяться обычным механизмом теплового рождения. Вклад в плотность гравитино от распада СМЧС будет

$$\Omega_{\tilde{G}} = \frac{m_{\tilde{G}}}{m_{\text{СМЧС}}} \Omega_{\text{СМЧС}} , \quad (5.86)$$

где $\Omega_{\text{СМЧС}}$ – плотность СМЧС, какую бы они имели в настоящий момент, будучи стабильными. При этом вклад от теплового механизма образования \tilde{G} может быть подавлен, например, за счет низкого (по сравнению с (5.82)) T_R . Однако механизм рождения \tilde{G} через распад СМЧС требует анализа его влияния на космологический нуклеосинтез и спектр реликтового излучения. Время жизни СМЧС оценивается аналогично (5.75), что дает $>> 10^5$ с $>> 1$ с. В данном анализе важно различать энерговыделения в продукты X при распаде (5.85), обладающие сильным и электромагнитным взаимодействиями.

В качестве еще одного механизма рождения гравитино рассматривают рождение на переходной стадии между инфляцией и началом разогрева в соответствующих инфляционных моделях. Рождение происходит за счет гравитационного взаимодействия и за счет связи гольстино (чье компоненты поглощаются гравитино, делая его массивным) с полем инфлатона, ответственным за инфляцию.

Рождение гравитино на самой инфляционной стадии в свете вышесказанного безвредно. Их концентрация в этом случае экспоненциально подавляется (см. в разделе 5.6 часть об инфляции).

Ограничение на КК-гравитоны

В моделях с дополнительными (d) пространственными измерениями типа ADD (см. раздел 4.3) все известные частицы полагаются принадлежащими (захваченными) 3-мерной бране, в то время как гравитоны – переносчики гравитационного поля распространяются во всем многомерии ($3+d$). В данной модели для решения проблемы иерархии в физике частиц (между планковским и электрослабым энергетическими масштабами) необходимо, чтобы дополнительные измерения были велики, но не превышали ограничения

$$R < 0,2 \text{ мм} \approx \frac{1}{10^{-3} \text{ эВ}}, \quad (5.87)$$

полученного из экспериментальной проверки закона гравитации на малых расстояниях. Предполагается, что каждое дополнительное измерение компактифицировано с радиусом (5.87). Энергетический масштаб $3+d$ гравитации (M_{Pl}) уменьшается по сравнению с «эффективным» масштабом 3-мерной гравитации (m_{Pl}) как

$$M_{\text{Pl}} = m_{\text{Pl}} \left(\frac{l_{\text{Pl}}}{R} \right)^{d/(2+d)}. \quad (5.88)$$

Это дает

$$M_{\text{Pl}} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ ГэВ} \cdot R_{0,2}^{-1/3} \text{ для } d=1, \quad (5.89\text{a})$$

$$M_{\text{Pl}} \approx 3 \text{ ТэВ} \cdot R_{0,2}^{-1/2} \text{ для } d=2, \quad (5.89\text{б})$$

$$M_{\text{Pl}} \approx 8 \text{ кэВ} \cdot R_{0,2}^{-7/9} \text{ для } d=7, \quad (5.89\text{в})$$

где последнее значение $d = 7$ соответствует максимально ожидаемому числу дополнительных пространственных измерений (основываясь на моделях супергравитации и М-теории), $R_{0,2} \equiv R/0,2\text{мм} < 1$. Как видно, при $d \geq 2$ возможно устранение иерархии между электрослабым и гравитационным масштабами.

Энергия движения гравитона, приходящаяся на дополнительные d степеней свободы, воспринимается с точки зрения «нашего» 3-мерия как его массовые состояния – состояния Калуца–Клейна (KK):

$$m_n = n / R \equiv n \cdot \Delta m, \quad n = 1, 2, \dots \quad (5.90a)$$

$$\Delta m \approx 10^{-3} \text{эВ} \cdot R_{0,2}^{-1}. \quad (5.90b)$$

Полной энергии гравитона E соответствует

$$N_{\text{KK}} = \left(\frac{E}{\Delta m} \right)^d \quad (5.91)$$

– число KK-состояний. Сечение рождения KK-гравитона при столкновении обычных частиц (в трехмерии) определяется m_{Pl} , $\sigma \sim 1/m_{\text{Pl}}^2$. Сумма по всем возможным KK-состояниям гравитона увеличивает сечение

$$\sigma \sim 1/m_{\text{Pl}}^2 \cdot N_{\text{KK}}. \quad (5.92)$$

Следуя оценке (5.79)–(5.80) для гравитино, можно оценить количество KK-гравитонов (KK- G) в ранней Вселенной, предполагая начальную температуру T_R

$$n_{\text{KK-}G} \sim n_\gamma \cdot \int_0^{T_R} T^6 m_{\text{Pl}}^{-2} \left(\frac{T}{\Delta m} \right)^d T^{-3} \frac{m_{\text{Pl}} dT}{T^3} \sim \frac{T_R}{m_{\text{Pl}}} \left(\frac{T_R}{\Delta m} \right)^d n_\gamma. \quad (5.93)$$

Большинство KK-гравитонов, рождающихся при температуре T , имеют массу $m_n \sim T$ (число KK-состояний, как видно из (5.91), растет с увеличением массы) и ведет себя как нерелятивистская материя при последующем расширении Вселенной. Поэтому их плотность можно оценить аналогично (5.93), поставив дополнительно T под знак интеграла. Получим

$$\varepsilon_{\text{KK-}G} \sim \frac{T_R^2}{m_{\text{Pl}}} \left(\frac{T_R}{\Delta m} \right)^d n_\gamma. \quad (5.94)$$

Ожидаемое время жизни КК-гравитонов оценивается аналогично (5.75), что для широкого интервала $m_n \sim T$ дает значение, много большее 1 с – времени начала нуклеосинтеза. Во избежание влияния КК-гравитонов на n/p закалку потребуем, чтобы их вклад в плотность в период $T_* \sim 1$ МэВ не превышал соответствующего вклада фотонов, который $\sim n_\gamma(T_*)T_*$. Откуда получаем ограничение на T_R

$$T_R < \left(T_* m_{\text{Pl}} \Delta m^d \right)^{1/(2+d)} = M_{\text{Pl}} \left(\frac{T_*}{m_{\text{Pl}}} \right)^{1/(2+d)}. \quad (5.95)$$

Требование решения проблемы иерархии, $M_{\text{Pl}} \sim 1$ ТэВ, исключает $d=1$ и дает $T_R < 10$ МэВ для $d=2$ ($M_{\text{Pl}} = 3$ ТэВ) и $T_R < 3$ ГэВ для $d=7$. Хотя данные ограничения на T_R прямо не противоречат каким-либо наблюдениям, однако весьма осложняют теорию очень ранней Вселенной, призванной объяснить начало расширения Вселенной, избыток барионов и др. (см. раздел 5.Б).

Если КК-гравитоны стабильны, то требование, чтобы плотность (5.94) была меньше критической в современный период, усугубляет ситуацию (уменьшает верхние пределы (5.95) в $\sim 10^{6/(2+d)}$ раз), исключая возможность решения проблемы иерархии при $d=2$ (накладывая ограничение $M_{\text{Pl}} > 10$ ТэВ).

Ограничение на нейтралино

Помимо гравитино среди суперсимметричных частиц большое внимание в космологическом аспекте уделяется нейтралино. Данная частица, напомним, является суперпозицией партнеров нейтральных полей B , W и Хиггса (см. раздел 4.1). Данная частица может быть легчайшей среди других суперчастиц и быть стабильной. В силу достаточно слабого взаимодействия нейтралино их реликтовая концентрация в современной Вселенной может быть заметна (см. (5.33)). Данные о современной плотности Вселенной позволяют ограничить сечение аннигиляции нейтралино. Соответствующие оценки дают (см. (5.33) или подробнее (5.106)–(5.108) ниже)

$$\langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle \sim 1 \text{ пб} \cdot c,$$

где c – скорость света. Это, в свою очередь, накладывает ограничение на параметры модели суперсимметрии. Мы не будем излагать здесь анализ многочисленных суперсимметричных параметров с учетом космологических ограничений, отсылая интересующихся к множественной посвященной ему литературе (см. также часть «скрытая масса» раздела 5.6).

5.Б. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА НОВОЙ ФИЗИКИ

5.5. Проблемы «старой» космологии

Изложенная выше фридмановская модель горячей Вселенной, несмотря на ее успех в наблюдательных доказательствах (по химическому составу, реликтовому излучению), не полна. Ряд принципиальных вопросов не находит ответа в ее рамках и требует расширения модели, апеллируя к новой, неизвестной физике. При этом требуемое расширение описанной космологической модели не отменяет ее достижений.

Перечислим существующие проблемы вышеизложенной – «старой» космологической картины.

Проблемы начальных условий

Сразу несколько проблем можно объединить под заголовком «проблемы начальных условий», которые заключаются в необходимости задания в «старой» космологии весьма определенным образом подобранных начальных условий. Некоторые из них по сути происходят из-за (сильного) несоответствия физических масштабов, характеризующих эволюцию Вселенной в теоретическом описании – планковских масштабов (см. (5.1)) и реальных масштабов – макроскопических.

Проблема сингулярности. При $t \rightarrow 0$ уравнения Фридмана дают $\varepsilon \rightarrow \infty$ ($T \rightarrow \infty$), что не является физическим. Классическая гравитация, на которой они основаны, справедлива до планковских масштабов. Тем не менее, отметим, что всюду отсчет времени формально ведется от сингулярности.

Проблема начального толчка. В уравнения Фридмана (5.1) само расширение Вселенной должно закладываться в качестве начального условия. Более того, данные уравнения основаны на предположении об однородности и изотропии Вселенной, следствием которого, в частности, является закон Хаббла разлета удаленных галактик, $\dot{v} = H\vec{r}$. Поэтому в момент $t \rightarrow 0$ необходимо задать скорости, определенным образом распределенные.

Но дело не ограничивается этим. Помимо задания начальных скоростей и определенного их распределения между разными пространственными точками, оказывается, что это необходимо было сделать в необычайно узком интервале абсолютных значений и во множестве причинно-несвязанных областях. Это часто отмечается как проблемы «плоскостности» и горизонта, которые раскрываются отдельно ниже.

Кроме того, выбор условий начала расширения знаменует выделение системы отсчета, привязанной по времени к началу расширения и в пространстве к распределенному в нем веществу.

Проблема горизонта. Горизонт Вселенной – предельный размер области, доступной наблюдению – растет со временем как

$$a(t) \int_0^t c dt' / a(t') \sim ct.$$

Это определяет изменение размера причинно-связанной области. Согласно (5.12) расширение на RD- и MD-стадиях происходило по менее резкому, чем для горизонта, закону: $a \propto t^{1/2}$ – на RD-стадии и $a \propto t^{2/3}$ – на MD-стадии. Вследствие этого горизонт «опережает» космологическое расширение, и внутрь его со временем попадают все новые, т.е. прежде ненаблюдаемые, области Вселенной.

Выделим в качестве начальной причинно-связанной области область в момент $t = t_{\text{Pl}}$ размера l_{Pl} . К настоящему моменту она увеличится за счет космологического расширения до размера $l_{\text{Pl}} \cdot a_{\text{совп}} / a_{\text{Pl}} \sim l_{\text{Pl}} \cdot T_{\text{Pl}} / T_{\text{совп}} \sim 10^{32} l_{\text{Pl}}$ (или через время с учетом перехода с RD- на MD-стадию при $t = t_{\text{RD}} \sim 10^{12}$ с – $l_{\text{Pl}} (t_{\text{RD}} / t_{\text{Pl}})^{1/2} (t_{\text{совп}} / t_{\text{RD}})^{2/3}$). Современный горизонт есть

$\sim ct_{\text{совр}} = l_{\text{Pl}} \cdot t_{\text{совр}} / t_{\text{Pl}} \sim 10^{61} l_{\text{Pl}}$. Откуда оцениваем, что внутрь современного горизонта попало примерно

$$\sim (10^{61} / 10^{32})^3 = 10^{87} \quad (5.96)$$

изначально причинно-несвязанных областей. Таким образом, требование однородности Вселенной, которая подтверждается, например, наблюдениями реликтового излучения с точностью $\sim 10^{-4}$, означает задание в 10^{87} изначально причинно-несвязанных областях идентичных условий.

Проблема «плоскостности». Геометрия Вселенной, напомним, определяется полной плотностью Ω . Как уже отмечалось в комментариях перед формулами (5.10)–(5.12), в прошлом Вселенная становится близка к плоской ($\Omega = 1$), даже при $\Omega_{\text{совр}} \neq 1$. Оценим степень этой близости. Для этого воспользуемся (5.6) и зависимостью для a (5.12), отвечающей плоскому случаю (которая работает с соответствующей данной степени точностью). Имеем

$$\Omega - 1 = \frac{K}{\dot{a}^2} \propto K \cdot \begin{cases} t \propto a^2, & \text{на RD-стадии,} \\ t^{2/3} \propto a, & \text{на MD-стадии.} \end{cases} \quad (5.97)$$

Связывая современное значение $(\Omega_{\text{совр}} - 1)$ через таковое на момент перехода $t = t_{\text{RD}}$ со значением на планковский момент времени $(\Omega_{\text{Pl}} - 1)$, для последнего получаем

$$\Omega_{\text{Pl}} - 1 \approx (\Omega_{\text{совр}} - 1) \left(\frac{T_{\text{Pl}}}{T_{\text{RD}}} \right)^2 \frac{T_{\text{RD}}}{T_{\text{совр}}} \sim 10^{-59} (\Omega_{\text{совр}} - 1). \quad (5.98)$$

При отличии относительной плотности $\Omega_{\text{совр}}$ от единицы в первом знаке после запятой это же отличие на планковский момент должно было составлять в 60-м знаке. Т.е. Вселенная изначально должна была быть чрезвычайно близка к плоской, чтобы достичь современных масштабов.

В принципе выбор самой плоской геометрии Вселенной снимает проблему соответствующей тонкой подстройки начальной плотности. Однако возникает вопрос о причине предпочтительности этого выбора среди других, предоставляемых в теории тяготения Эйнштейна (в теории Ньютона при разлете вещества это соответствует выбору его скорости в точности равной второй космической).

Проблема начальных неоднородностей плотности. КМС Вселенной формировалась из начальных возмущений плотности. Данные о слабой анизотропии реликтового излучения говорят, что данные возмущения в барионной компоненте составляли

$$\delta \epsilon / \epsilon \sim 10^{-4} \quad (5.99)$$

на момент рекомбинации. До рекомбинации возмущения плотности барионов не могли из-за давления излучения и могли существовать (сохраняться) в виде звуковых волн. Поэтому величина (5.99) отвечает, вероятно, «зародышевым» флуктуациям плотности. Нетрудно показать, что случайные флуктуации плотности барионов не могут достигать по амплитуде значения (5.99). Действительно, для масштаба, например, галактики с массой $\sim 10^{11} M_\odot$ имеем $N \sim 10^{68}$ атомов (водорода и гелия). Для случайного относительного всплеска плотности в среднем получаем $1/\sqrt{N} \sim 10^{-34}$.

Таким образом, происхождение начальных неоднородностей плотности лежит за рамками старой космологической модели, в которой их следовало задавать руками в качестве начальных параметров. Но этим проблемы, стоящие перед теорией формирования КМС в старой модели, не исчерпываются.

Проблема скрытой массы

В нашем изложении уже приходилось отмечать некоторые численные данные о плотности вещества во Вселенной (после (5.46), (5.35)), опуская по возможности преждевременные комментарии. Здесь этому посвятим больше внимания.

Существует несколько независимых методов оценки плотности вещества во Вселенной. Практически все из них свидетельствуют о наличии неизвестных форм материи. При этом многие оценки относятся к определенному типу материи.

Оценка плотности барионов. Непосредственный подсчет видимого (светящегося) вещества (барионов) дает

$$\Omega_{B\text{ вид}} \sim 0,01. \quad (5.100)$$

Это в несколько раз меньше полной плотности барионов (5.35), которая следует из анализа как химического состава Вселенной, так и анизотропии реликтового излучения (РИ).

О возможности оценки плотности барионов Ω_B по данным о химическом составе говорилось в части о космологическом нуклеосинтезе раздела 5.3, где подчеркивалась особая чувствительность обилия дейтерия к Ω_B .

Исследования анизотропии РИ стали отдельным большим разделом космологии, квалифицированное описание которого доступно [4]. Мы ограничимся лишь констатацией результатов и кратким качественным описанием физических эффектов, лежащих в их основе. Слабые вариации температуры РИ ($\sim 10^{-(4+5)}$ К) на разных угловых масштабах отражают вариации плотности барионов, гравитационного потенциала, локальных скоростей. Поведение этих вариаций качественно меняется от угловых масштабов $\delta\theta > 1^\circ$ к $\delta\theta < 1^\circ$, так как $\delta\theta \sim 1^\circ$ отвечает угловому размеру горизонта на момент рекомбинации, наблюдаемому сегодня. Вариации на масштабе $\delta\theta < 1^\circ$ соответствуют звуковым колебаниям в плазме, состоящей из фотонов, барионов и электронов, о которых не раз отмечалось выше. Данные колебания, в свою очередь, имеют переменную (от $\delta\theta$) амплитуду, которая зависит от плотности барионов. По величинам максимумов в вариациях температуры от $\delta\theta$ при $\delta\theta < 1^\circ$ определяют плотность барионов.

Усредненная по существующим оценкам полная плотность барионов дается

$$\Omega_B = 0,044(4). \quad (5.101)$$

Невидимая часть барионов может содержаться в виде объектов дозвездных масс, белых карликов, нейтронных звезд и др. Их поиску посвящены наблюдения эффектов гравитационного микролинзирования.

Оценка плотности вещества в галактиках. Существует также несколько способов измерения плотности вещества, сосредоточенного в галактиках (гравитационно-скучающейся материи). Они основываются на влиянии гравитационного потенциала, созданного всем веществом в галактике(ах) (будь оно барионной или небарионной природы), на динамику движения любых объектов: частиц, звезд, галактик, света.

Измерения скоростей вращения звезд $v_{\text{вращ}}$ в галактике (как правило, по доплеровскому смещению линии в спектре водорода, со-

ответствующей длине волны 21 см) в зависимости от расстояния R до ее центра наиболее ярко демонстрируют расхождение между наблюдаемым барионным веществом в галактике и полной ее массой. Как видно из рис. 5.3, даже на расстоянии, большем видимого галактического диска (на котором еще удается наблюдать редкие светящиеся объекты, принадлежащие галактике), ход зависимости $v_{\text{вращ}}(R)$ сохраняет «плоский» вид вместо зависимости $\propto 1/\sqrt{R}$, ожидаемой в отсутствие невидимого вещества. Это говорит о наличии обширного гало, заполненного *скрытой массой* (DM от англ. Dark Matter), превышающей по плотности барионную компоненту в среднем в 5 раз. Аналогичные указания на наличие невидимого вещества были получены, притом исторически первыми (F. Zwicky, 1933 г.), и при измерении динамики движения галактик внутри их скоплений.

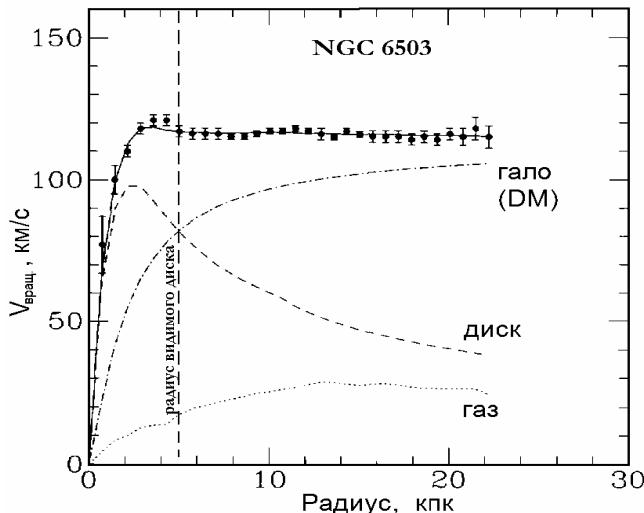


Рис. 5.3. Кривая вращения галактики NGC6503 с указанными вкладами от видимой компоненты (диск+газ) и невидимой (скрытая масса гало)

О полном гравитационном потенциале и, следовательно, массе можно говорить по измерению температуры газа, находящегося в гидростатическом равновесии в гравитационном поле. Соответствующие наблюдения проводились как для галактик в отдельности,

так и их скоплений. Результаты подтверждают вывод о наличии DM, полученный другими способами.

О полной массе галактик и их скоплений позволяют говорить теория формирования структуры Вселенной и анизотропия РИ. РИ чувствует потенциальные ямы, сформированные скрытой массой. Но это влияние не столь яркое по сравнению с влиянием барионов на РИ. Однако привлечение данных о КМС Вселенной и теории ее формирования позволяет более точно оценить вклад скрытой массы, при этом практически исключив заметную в ней долю горячего типа (см. (5.67а)). Вывод о необходимости небарионной компоненты вещества галактик, преобладающей над барионной, следует из сопоставления с помощью закона роста возмущений (5.36) крупномасштабных неоднородностей плотности, наблюдаемых сейчас и на момент рекомбинации. На момент рекомбинации они (для барионов) характеризовались значением (5.99), сейчас – ~ 1 , т.е. возросли в 10^4 раз. Согласно (5.36) от момента $z = z_{\text{рек}} \approx 10^3$ относительные возмущения плотности к настоящему моменту могли возрасти в 10^3 раз. Иными словами, барионы не имели достаточного времени для формирования КМС из заданных начальных неоднородностей. Разрешением этого противоречия является предположение о существовании материи, преобладающей над барионной и невзаимодействующей с РИ, которая к моменту рекомбинации уже сформировала неоднородности на уровне $\delta\varepsilon/\varepsilon \sim 10^{-3}$, к которым после рекомбинации «подтянулись» барионы.

Информацию о массе вещества, сосредоточенного в галактиках и их скоплениях, о его распределении позволяют получить наблюдения эффектов гравитационного (макро)линзирования. Данный эффект состоит в отклонении лучей света удаленного (фонового) источника при их прохождении в гравитационном поле исследуемого объекта (галактик). Вследствие этого изображение фонового источника меняется (например, раздваивается) с изменением его полной яркости.

Итогом различных видов измерений является значение плотности скрытой массы

$$\Omega_{\text{DM}} = 0,22(3), \quad (5.102)$$

которая вместе с барионами составляет галактики. Их сумму часто обозначают Ω_m .

Оценка плотности темной энергии. Темной энергией (DE от англ. Dark Energy) называется материя с отрицательным давлением (см. уравнение (5.9) и комментарии к нему). Она имеет трактовку вакуумно-подобного состояния какого-то поля с ненулевой энергией. Также возможна трактовка с помощью квантовых поправок к классическому лагранжиану гравитации. Эффектом присутствия DE является положительное ускорение Вселенной.

Данный эффект обнаруживается при наблюдениях удаленных вспышек сверхновых типа 1а, которые в астрономии являются хорошим стандартом светимости на больших (космологических) расстояниях. При $z \sim 1$ наблюдается потускнение яркости сверхновых, что свидетельствует в пользу начавшегося ускоренного расширения Вселенной в указанный период.

Как отмечалось, условием развития КМС Вселенной является MD-стадия. Ее смена при $z \sim 1$ на стадию доминантности DE должно приводить к замедлению этого развития. Это подтверждается наблюдениями.

По РИ эффект DE обнаруживается в относительном уменьшении анизотропии на угловых масштабах ($\delta\theta > 1^\circ$), соответствующих примерно угловому размеру горизонта при $z \sim 1$.

Также отметим, что приведенное значение постоянной Хаббла (5.4а) соответствовало бы по формуле (5.11) возрасту Вселенной, заниженному для случаев как RD-стадии так и MD-стадии по сравнению с (5.4б), а главное – по сравнению с оценками жизни звезд. Это «занышенное» современное значение H объясняется ускоренным расширением в последний период.

Данные свидетельства, дополняя друг друга, дают в итоге для темной энергии уравнение состояния

$$p = -0,97(8)\varepsilon, \quad (5.103)$$

которое совместимо с наличием Λ -члена ($p = -\varepsilon$, см. (5.9)). В связи с чем темная энергия часто к нему сводится. Для вклада в плотность Вселенной оценки дают

$$\Omega_\Lambda = 0,75(5). \quad (5.104)$$

Иногда оценка вклада темной энергии делается по остаточному принципу, исходя из оценки полной плотности Вселенной.

Оценка полной плотности Вселенной. Исторически сначала полную плотность Вселенной оценивали снизу по количеству видимого вещества, а сверху – из возраста объектов внутри Вселенной. Сейчас полная плотность Ω оценивается с несравненно более высокой точностью по анизотропии РИ. А именно по положению (на оси $\delta\theta$) первого максимума, который привязан к угловому размеру горизонта на момент рекомбинации. Дело в том, что видимый угловой размер зависит от геометрии пространства, которая, в свою очередь, определяется Ω . Современные оценки дают

$$\Omega = 1,00(2). \quad (5.105)$$

Высокая точность данной оценки, возможно, обусловлена узкими модельными рамками, в которых она получена. Но едва ли их возможная вариация поднимет погрешность выше 10%, как у приведенного после (5.4б) значения и часто приводимого в литературе.

Особенно примечательным является то, что современная полная плотность Вселенной предсказывается в инфляционных моделях. Они дают $\Omega \approx 1$ с высокой точностью. Этим часто пользуются при оценках других космологических параметров, полагая заданным $\Omega = 1$.

Проблема барионного избытка

О барионном избытке мы уже говорили, например, в комментариях к (5.34)–(5.35). Действительно, если бы изначально барионов и антибарионов (B и \bar{B}) было бы поровну, то их современное количество определялось бы их закалкой в ранней Вселенной, что давало бы много меньшее значение (поровну для B и \bar{B}), чем наблюдается. Убедимся в этом.

Имеем $n_B = n_{\bar{B}}$, $\Gamma_{B\text{анн}} = \Gamma_{\bar{B}\text{анн}}$. Из условия (5.32) на момент закалки получаем

$$n_B^* = \frac{H^*}{\langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle}. \quad (5.106)$$

Для оценки полагаем $B=N$ (все барионы в виде нуклонов), температуру закалки

$$T_* \equiv m_N / y_* \sim m_N / 10 \approx 100 \text{ МэВ.} \quad (5.107)$$

Последнюю можно установить из (5.32), что дало бы даже меньшее значение, оправдывая рассмотрение барионов после КХД фазового перехода в адронизованном виде. Из (5.63) для современной концентрации получаем

$$n_B^{\text{совр}} = \frac{H^*}{\langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle \cdot n_\gamma^*} \cdot n_\gamma^{\text{совр}} \frac{\kappa_s^{\text{совр}}}{\kappa_s^*} \sim \\ \sim \left(\begin{array}{l} H^* \sim m_{\text{Pl}}^{-1} T_*^2 \\ n_\gamma^* \sim T_*^3 \end{array} \right) \sim \frac{y_*}{m_{\text{Pl}} m_N \langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle} \cdot n_\gamma^{\text{совр}}, \quad (5.108)$$

где H^* было выражено через температуру с помощью (5.3) и (5.27), численные коэффициенты, включая $\kappa_{\varepsilon,s}$, были отброшены. Для $\langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle \sim m_\pi^{-2}$ (5.108) дает

$$n_B^{\text{совр}} \sim 10^{-20} n_\gamma^{\text{совр}}. \quad (5.109)$$

Более точные оценки дают для концентрации барионов на 2 порядка большее значение.

Для закаленной концентрации электронов и позитронов в случае их равенства по количеству предсказывается похожее значение. Для данной оценки в (5.108) нужно заменить $m_N \leftrightarrow m_e$ и подставить

$$\langle \sigma_{\text{анн}} v \rangle \sim (\alpha / m_e)^2. \quad (5.110)$$

Наблюдаемое количество (5.34) превосходит (5.109) примерно на 10 порядков величины. Таким образом, в рамках вышеизложенной космологической картины необходимо «задавать руками» избытки барионов и заряженных лептонов над их античастицами.

Проблема магнитных монополей

Магнитные монополи (типа т'Хофта–Полякова) предсказываются в широком классе моделей, объединяющих взаимодействия. Масса этих частиц в этих моделях $m_M \sim \Lambda / \sqrt{\alpha}$, где $\Lambda \sim 10^{15}$ ГэВ – энергетический масштаб объединения. Магнитный заряд по предположению Дирака равен $g = (2e)^{-1}$.

Если магнитные монополи вели себя как обычные частицы, то их современную плотность можно было бы оценить, следуя (5.108), при условии, что во Вселенной была достаточная температура. Се-

чение их аннигиляции определяется электромагнитным взаимодействием. Как следствие, сечение отличается от (5.110) на фактор $\sim (g/e \cdot m_e/m_M)^2$, что в итоге приводит к сравнительно большему количеству монополей. С учетом их массы это предсказание сильно противоречит современной плотности Вселенной. Следуя результатам, полученным для гравитино, можно было бы наложить ограничение на T_R , уменьшая темп теплового рождения монополей в ранней Вселенной.

Однако, во-первых, магнитные монополи т'Хофта–Полякова не рождаются тепловым образом, а появляются как топологические дефекты нарушения симметрии Великого Объединения (ВО) при $T \sim \Lambda$. Во-вторых, картину аннигиляции образовавшихся монополей следует уточнить. С одной стороны, эффект аннигиляции усиливается за счет малых относительных скоростей монополя и антимонополя при кулоновском характере их взаимодействия; с другой – ослабевает за счет препятствования свободному подступу монополя к антимонополю из-за их взаимодействия с окружающими частицами плазмы. Однако, как показывают оценки (см. [3]), предсказание современной плотности монополей с корректным учетом их свойств принципиально не меняется, оставаясь практически независимым от механизма рождения монополей (а зависимым от механизма аннигиляции), и оказывается примерно на 15 порядков величины превышающей современную плотность Вселенной.

Таким образом, в космологии возникает проблема перепроизводства магнитных монополей при соответствующем расширении модели частиц. Ее решение, как и в случае с гравитино, достигается в инфляционных моделях, о чем пойдет речь ниже. Хотя в отличие от гравитино монополи имеют другой механизм рождения, наложение ограничения сверху на $T_R (< \Lambda)$ приводит при фазовом переходе ВО на стадии инфляции к экспоненциальному подавлению плотности монополей, разрешая данную проблему. Хотя результат зависит от того, как связана сама инфляционная стадия с физикой ВО.

Проблема магнитных монополей может быть обобщена не только на проблему гравитино, но проблему доменных стенок – топологических дефектов, образующихся в результате возможных фазовых переходов в ранней Вселенной с нарушением дискретной симметрии.

Выходы

Многие перечисленные проблемы, выявленные в космологии, фактически напрямую адресованы физике частиц, указывая на неполноту ее современного состояния. Для объяснения скрытой массы и темной энергии, а также для объяснения возникновения избытка барионов во Вселенной, необходимо расширение сектора частиц и полей. Также требуется понимание физики очень ранней Вселенной, где кроется причина, давшая толчок к ее эволюции, и др. В следующем разделе излагаются некоторые существующие попытки решения этих проблем или приближения к ним. Все они основываются на новой физике. Тем не менее, в современной космологии три элемента: инфляция, бариосинтез, скрытая масса, отсутствовавшие в старой космологии, включены для решения ее проблем с большей степенью обоснованности, чем ее имеет лежащая в их основе (новая) физика. По понятным причинам данные три элемента относят к космологии очень ранней Вселенной, т.е. соответствующей периоду до космологического нуклеосинтеза. Это относится и к любым альтернативным попыткам решения космологических проблем, остающимся за рамками настоящего изложения.

5.6. Новая физика как решение проблем «старой» космологии

Инфляция

Космологической инфляцией (или раздуванием) называется положительно ускоренное расширение в ранний период Вселенной, $\ddot{a} > 0$. Как правило, это экспоненциальное расширение – квази-деситтеровская стадия (в чистой стадии де-Ситтера присутствует Л-член при полном отсутствии обычного вещества). Возможность существования такой стадии в истории нашей Вселенной высказывал в 1979–1980 гг. А.А. Старобинский, предполагая возможную (физически обусловленную) модификацию лагранжиана классической гравитации за счет дополнительного члена квадратичного по кривизне (R^2). Вхождение в обиход физики элементарных частиц

скалярных полей (Хиггса) дало толчок бурному развитию моделей раздувающейся Вселенной на их основе.

Как отмечалось в разделе 5.2, уравнение состояния материи $p < -\frac{1}{3}\epsilon$, приводящее к ускоренному расширению и, в частности, при $p = -\epsilon$ эквивалентное Л-члену, может быть проинтерпретировано с помощью ненулевой энергии вакуума (на это обратили внимание в свое время Э.Б. Глиннер и Я.Б. Зельдович). Первая попытка построить модель раздувающейся Вселенной, нацеленная на решение ряда космологических проблем, на основе физического скалярного поля была предпринята А. Гусом (A. Guth) в 1981 г. Однако из-за привязанности к фазовому переходу ВО ей были присущи неразрешимые проблемы: проблема образования сильных неоднородностей в результате инфляции, прежние вопросы происхождения в отношении горячей доинфляционной стадии. В последующих попытках в данном направлении понимание инфляции значительно усовершенствовалось и стало действительно претендовать на концепцию сверхранней Вселенной и ее рождения. Были сформулированы требования к свойствам скалярного поля, ответственного за инфляцию – поля инфлатона, где ключевое значение имеет форма его потенциала. Эти требования фактически адресованы к будущей теории частиц, которая будет служить физической основой инфляционной космологии. Остановимся более подробно на инфляционной космологии.

Из лагранжиана скалярного поля

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad (5.111)$$

рассматривая поле как однородную сплошную среду, можно получить для его плотности энергии и давления

$$\epsilon = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V, \quad p = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V. \quad (5.112)$$

Если преобладает потенциальный член, $\dot{\phi}^2 \ll V$, то имеет место уравнение состояния $p \approx -\epsilon$. Подставляя (5.112) в уравнения Фридмана, точнее в (5.5) и (5.1a), получаем

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0, \quad (5.113a)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V \right) - \frac{K}{a^2}. \quad (5.113b)$$

Уравнение (5.113а) аналогично уравнению колебаний с трением. Отметим, что данное уравнение есть фактически уравнение Клейна–Гордона с учетом расширения Вселенной. Член $3H\dot{\phi}$ играет в этой аналогии роль трения. Если V изначально было велико, то было велико трение ($H^2 \propto V$), и поле менялось медленно. Отбрасывая малые члены (включая те, которые таковыми становятся в скором времени), перепишем (5.113) в виде

$$3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} \approx 0, \quad (5.114a)$$

$$H \approx \sqrt{\frac{8\pi GV}{3}}. \quad (5.114b)$$

Последнее уравнение приводит к экспоненциальному росту размера Вселенной (см. (5.13)–(5.15)). Условие $\dot{\phi}^2 \ll V$ можно с помощью (5.114) переписать в виде

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 = \frac{m_{\text{Pl}}^2}{48\pi V} \left(\frac{dV}{d\phi} \right) \approx V, \quad (5.115a)$$

т.е.

$$\left| \frac{dV}{d\phi} \right| \approx \sqrt{48\pi} \frac{V}{m_{\text{Pl}}}. \quad (5.115b)$$

Нетрудно оценить, сколько характерных времен H^{-1} должна была продлиться инфляционная стадия, чтобы обеспечить, по меньшей мере, современный размер Вселенной, $R_{\text{совр}} = ct_{\text{совр}} \sim 10^{61}l_{\text{Pl}}$. Стартуя условно от планковского момента времени и от планковского размера, из (5.15) получаем

$$R_{\text{совр}} < l_{\text{Pl}} \frac{a_{\text{совр}}}{a_{\text{Pl}}} = l_{\text{Pl}} \cdot e^{H(t_{\text{инфл}} - t_{\text{Pl}})} \cdot \frac{a_{\text{совр}}}{a_{\text{инфл}}}, \quad (5.116a)$$

$$\frac{a_{\text{совр}}}{a_{\text{инфл}}} \sim \frac{T_R}{T_{\text{совр}}}, \quad T_R \leq T_{\text{пл}}, \quad (5.116\text{б})$$

$$t_{\text{инфл}} - t_{\text{пл}} > H^{-1} \ln \left(\frac{R_{\text{совр}}}{l_{\text{пл}}} \cdot \frac{T_{\text{совр}}}{T_R} \right) \geq 67H^{-1}. \quad (5.116\text{в})$$

В (5.116а) знак неравенства выражает требование превышения реального размера Вселенной над наблюдаемым; отношение масштабных факторов $a_{\text{совр}}/a_{\text{инфл}}$ показывает относительное увеличение Вселенной с момента окончания инфляции $t_{\text{инфл}}$ к современному за счет обычного фридмановского расширения. Для оценки (снизу) под логарифмом в (5.116в) полагалось $T_R = T_{\text{пл}} \equiv m_{\text{пл}}$.

При полученной продолжительности инфляционной (квази-деситтеровской) стадии в очень ранней Вселенной изначально причинно-связанная (планковская) область увеличилась, охватив сейчас всю наблюдаемую Вселенную. Этим самым решается не только проблема горизонта, но и проблема плоскостности. Такое увеличение масштабного фактора подавляет член с кривизной в (5.6) или (5.1а), так что $\Omega \rightarrow 1$. Кроме того, решается проблема перепроизводства магнитных монополей: при их рождении до окончания инфляции их концентрация экспоненциально подавляется.

В модели инфляции, предложенной А. Гусом, над указанными достоинствами превалировали существенные недостатки. В данной модели, получившей название «старой» инфляции, рассматривался фазовый переход 1-го рода, случающийся при остывании ранней Вселенной от высоких температур (уже до инфляции существовавших) к низким (рис. 5.4,а). Необходимая продолжительность инфляционной стадии определяется временем подбарьерного туннелирования скалярного поля из состояния ложного вакуума в состояние истинного вакуума. Данный фазовый переход протекает существенно неоднородно: в пространстве образуются «пузыри» истинного вакуума, ограниченные массивными стенками.

Впоследствии были предложены другие модели. В модели, получившей название «новой» инфляции (А. Линде 1982; A. Albrecht, P. Steinhardt 1982), была изменена форма потенциала инфлатона, устранив в нем барьер. Проблема неоднородностей, присущая «старой» модели, была решена. Однако для обеспечения необхо-

димой продолжительности инфляции без генерации сильных неоднородностей требуется особо пологая форма потенциала вблизи значения ϕ , откуда начинает свое движение к минимуму («медленное скатывание»). Обычно полагается (рис. 5.4,б)

$$V(\phi \rightarrow 0) \approx V_0 - \frac{\lambda \phi^4}{4}, \quad \lambda \leq 10^{-12}. \quad (5.117)$$

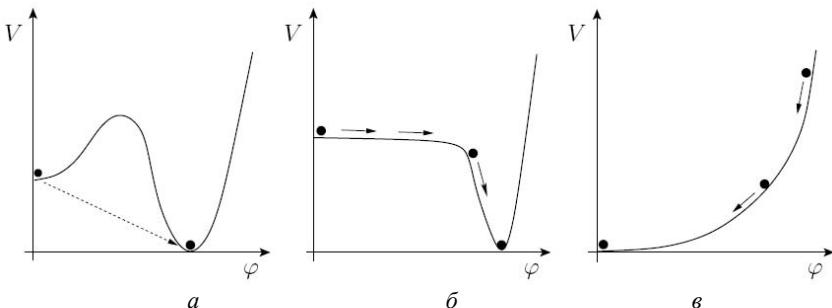


Рис.5.4. Потенциалы скалярных полей в моделях «старой» (а), «новой» (б) и хаотической (в) инфляции

В области минимума потенциал должен иметь резкий профиль, чтобы инфлатон в завершение инфляции быстро скатился к нему, не успев потерять энергию на «трение», и выделить ее в виде тепла. Все эти требования делают модель искусственной. Кроме того, по-прежнему рассматривался высокотемпературный фазовый переход, который, в свою очередь, подразумевает наличие частиц в термодинамическом равновесии до инфляции. Это не только оставляет неснятые вопросы начальных условий, описанные в разделе 5.5, в отношении доинфляционной стадии, но и осложняет достижение термодинамического равновесия ϕ при необходимых малых параметрах его потенциала.

Наиболее простым, естественным и одновременно полноценным описанием сверхранней Вселенной кажется модель хаотической инфляции, предложенная А. Линде в 1983 г. В данной модели отсутствуют требования специфичной формы потенциала; поля с потенциалами, имеющими асимптотику $V \propto \phi^n$, могут играть роль инфлатона (см. рис. 5.4,в). Простейшим примером может служить потенциал

$$V(\phi) = \frac{m^2}{2} \phi^2. \quad (5.118)$$

В этом случае решение (5.114) для $a(\phi)$ дает

$$a \propto \exp\left(2\pi\phi^2/m_{\text{Pl}}^2\right). \quad (5.119)$$

Выбор в качестве начального условия планковских размера и плотности, $V \sim m_{\text{Pl}}^4$ (что для (5.118) соответствует $\phi \sim m_{\text{Pl}}^2/m$), позволяет предполагать, что Вселенная возникла в результате квантовой флуктуации пространства–времени (метрики). Нет необходимости требовать изначально термодинамическое равновесие и наличие обычных частиц. Кроме того, картину зарождения Вселенной со своими характеристиками существенно дополняют квантовые флуктуации самого поля ϕ .

Поле с потенциалом (5.118), подчиняющееся уравнениям (5.114), испытывает за характерное время $\Delta t \sim H^{-1}$ квантовые флюктуации в интервале своих значений $m_{\text{Pl}}^{3/2}/m^{1/2} \leq \phi \leq m_{\text{Pl}}^2/m$ с амплитудой, превышающей общее уменьшение поля ϕ вследствие его скатывания к минимуму $V(\phi)$ за то же время. Пространственный размер области с указанным полем увеличивается при этом в e раз. При значениях поля $\phi < m_{\text{Pl}}^{3/2}/m^{1/2}$ член $3H\dot{\phi}$ в (5.114) становится малоэффективным, поле начинает скатываться без «трения», преодолевая флюктуации. Вселенная продолжает экспоненциально раздуваться, пока выполнено (5.115). Таким образом, если во Вселенной существовала область с $\phi \geq m_{\text{Pl}}^{3/2}/m^{1/2}$, то она постоянно (вечно) раздувается. В ходе этого в ней выделяются части, где поле достигает $\phi \sim m_{\text{Pl}}^2/m$ ($V \sim m_{\text{Pl}}^4$) и значительную роль начинают играть флюктуации метрики, и части, где поле ϕ стало $< m_{\text{Pl}}^{3/2}/m^{1/2}$, в которых инфляция завершается за конечное время скатывания поля к минимуму V . Данная картина дает представление о появлении (неограниченного?) множества вселенных при хаотичных начальных условиях и способна наиболее естественным образом объяснить появление *нашей* Вселенной со своим набором пространственных и микрофизических параметров. Роль флюктуаций этим не ограничивается.

В области с $\phi < m_{\text{Pl}}^{3/2} / m^{1/2}$ – будущей нашей Вселенной – флуктуации поля, случающиеся на протяжении его скатывания, приводят к ее дроблению на (экспоненциально расширяющиеся) области с разными его значениями и, соответственно, плотностями. Это, в свою очередь, приводит к неодновременному выходу из инфляции различных областей и к различию по плотности между ними уже на последующей фридмановской стадии, вызванному относительными задержками начала фридмановского расширения этих областей. Получающиеся неоднородности по масштабу простираются до значений $>> H^{-1}$ и будут служить в свое время зародышами в формировании КМС Вселенной.

Амплитуда флуктуаций плотности зависит от параметров потенциала инфлатона, а их масштаб – от момента времени их генерации в период инфляции. Генерация неоднородностей, соответствующих современному масштабу $L_{100}=100$ Мпк, происходила примерно в момент $t \equiv t_{100} \approx t_{\text{инфл}} - 60H^{-1}$. В случае потенциала (5.118) это, как следует из (5.119), соответствует $\phi \equiv \phi_{100} \approx 3m_{\text{Pl}}$. Данные о начальных неоднородностях плотности на масштабе L_{100} (см. (5.99)) накладывают условие для потенциала инфлатона

$$\left(\frac{V(\phi_{100})}{m_{\text{Pl}}^2} \right)^{3/2} \approx 4 \cdot 10^{-6} \left| \frac{dV}{d\phi} (\phi_{100}) \right|. \quad (5.120)$$

Это условие можно обобщить на любой масштаб. В случае потенциала (5.118) условие (5.120) дает для массы инфлатона

$$m \sim 10^{-6} m_{\text{Pl}}. \quad (5.121)$$

В случае модели хаотической инфляции, основанной на потенциале $V \sim \phi^4$, современные данные об анизотропии Вселенной накладывают сильные ограничения, почти ее исключая.

По окончании инфляции кинетическая энергия, которую приобрело поле инфлатона, скатываясь к минимуму V , выделяется тем или иным механизмом в виде обычных частиц, давая начало горячей фридмановской стадии. Если этот механизм настолько эффективен, что данное преобразование энергии происходит за короткое время, $\Delta t < H^{-1} (\phi \sim m_{\text{Pl}})$, то выделяется практически вся энергия

$V(\phi \sim m_{\text{Pl}})$, которую поле имело при переходе к быстрому (без «трения») скатыванию. Тогда установившуюся температуру, T_R , можно оценить из (5.27)

$$\kappa_e \frac{\pi^2}{15} T_R^4 \sim V(\phi \sim m_{\text{Pl}}). \quad (5.122a)$$

Откуда

$$T_R \sim 0.1 \cdot V(\phi \sim m_{\text{Pl}})^{1/4}. \quad (5.122b)$$

Для модели (5.118) это дает $T_R \sim 10^{16}$ ГэВ. Однако в реалистичных моделях механизмы энерговыделения не позволяют реализовать всю энергию $V(\phi \sim m_{\text{Pl}})$, так что предсказываемая температура разогрева на несколько порядков величины ниже. Энергия инфлатаона переходит в частицы за счет слабого (по величине) его взаимодействия с другими частицами и самим собой. Наличие такого взаимодействия у инфлатонного поля предполагается из утилитарных соображений для реализации разогрева, не допуская при этом ненулевых зарядов по калибровочным группам ВО.

Возможности модели хаотической инфляции расширяются при использовании нескольких скалярных полей, как это имеет место в модели «гибридной» инфляции.

Таким образом, модель хаотической инфляции способна решить практически все проблемы начальных условий (из раздела 5.5) старой космологии, включая проблемы начальных неоднородностей и, возможно, сингулярности, проблему перепроизводства монополей. Также получает развитие решение вопроса о нарушении Пуанкаре-инвариантности во Вселенной в целом: исходное де-ситтеровское состояние обладает более высокой симметрией в данном отношении.

Сейчас предпринимаются попытки реализации инфляции в рамках существующих расширений СМ частиц: суперсимметрии, теории струн, моделях Калуца–Клейна и др. Они нацелены в основном на реализацию «хаотической» инфляции. В каждом случае возникают свои проблемы, их преодолению посвящены текущие (небезуспешные) исследования в данной области.

Отметим, что инфляционная модель находит также подтверждение в наблюдаемом распределении неоднородностей Вселенной, которое согласуется с гауссовским законом.

Для более детального ознакомления с теорией инфляции, ее состоянием на начало 21 века можно посоветовать обзор [5].

Бариосинтез

Существующую асимметрию между веществом и антивеществом во Вселенной более естественно считать «приобретенным» качеством, полагая Вселенную барионно-симметричной при ее рождении.

Более того, в свете инфляционной космологии наличие начального ненулевого барионного заряда практически невозможно. В период инфляции полная плотность равна вакуумной энергии и примерно постоянна. В то время как плотность барионов, связанная с сохраняющимся зарядом, менялась бы как $\propto a^{-(3+4)}$, т.е. из (5.15)

$$\epsilon_B(t < t_{\text{инфл}}) = \epsilon_B(t_{\text{инфл}}) \exp\{(3 \div 4)H(t_{\text{инфл}} - t)\}. \quad (5.123)$$

После инфляции вклад (избыточных) барионов в полную плотность можно установить из отношения их числа к фотонам в настоящее время (5.34): $\epsilon_B(t_{\text{инфл}}) \sim 10^{-10} \epsilon_{\text{полн}}$. Откуда получаем, что барионы стали бы преобладать над плотностью вакуумной энергии уже при $t_{\text{инфл}} - t \approx (6 \div 8)H^{-1}$, не дав продлиться инфляции минимально необходимое время (5.116в).

Еще в 1967 г. А.Д. Сахаров сформулировал три условия, необходимые для генерации барионного избытка во Вселенной. Эти условия адресованы (новой) физике соответствующих процессов в ранней Вселенной:

- 1) нарушение барионного числа, $\Delta B \neq 0$;
- 2) нарушение С- и СР-четностей;
- 3) отклонение от термодинамического равновесия.

Последнее условие необходимо для подавления обратных процессов, имеющих место при термодинамическом равновесии и сводящих на нет синтезируемый избыток барионов.

Нарушение С- и СР-четностей известно в физике частиц. Однако не исключено, что разные механизмы могут быть ответственны за их нарушение в физике частиц и за барионный избыток во Все-

ленной. СР-нарушение на уровне лагранжиана описывается комплексными фазами массовых членов частиц. Аналогично нарушению симметрий, описывающих взаимодействия, СР-нарушающие комплексные фазы могут быть заданы явно или приобретать случайное значение от взаимодействовавшего с частицами (неизвестного) комплексного скалярного поля. В последнем случае – случае спонтанного СР-нарушения – СР-нарушающая фаза может варьироваться в пространстве и давать в целом барионо-симметричную Вселенную, разделенную на домены вещества и антивещества. Однако во избежание противоречия с наблюдениями размер этих доменов сейчас должен, по меньшей мере, быть сопоставим с размером современного горизонта (>1000 Мпк). Такое разделение между веществом и антивеществом возможно в случае, если СР-нарушение происходило на стадии инфляции.

Нарушение барионного числа (B) до сих пор не открыто. Оно приводило бы, например, к распаду протона. Тем не менее, ряд популярных моделей, расширяющих СМ, его предсказывают. Более того, нарушение B возможно и в рамках СМ. Все это должно укладываться в рамки единого космологического сценария с синтезом барионов. Познакомимся с некоторыми его вариантами.

Бариосинтез в СМ. Для реализации бариосинтеза в рамках СМ необходимо обеспечить выполнение 1-го и 3-го Сахаровских условий. Выполнение 2-го условия очевидно; хотя СР-нарушение, экспериментально открытое, не имеет теоретической подоплеки и включено в лагранжиан СМ явно.

Нарушение барионного числа в СМ оказывается возможным за счет треугольных аномалий (см. соответствующую часть раздела 3.5). Их сокращение достигается при учете одновременно и夸ков, и лептонов в рамках каждого поколения фермионов. Однако их результатом может быть появление «многохвостых» процессов вида

$$\bar{u} + \bar{d} + \bar{c} \rightarrow d + 2s + 2b + t + v_e + v_\mu + v_\tau, \quad (5.124)$$

сохраняющих разность барионного и лептонного чисел

$$B - L = 0, \quad (5.125)$$

но нарушающих B и L в отдельности. В обычных условиях вероятность этих процессов ничтожно мала. Однако, как отметили В.А.

Кузьмин, В.А. Рубаков и М.А. Шапошников в 1985 г., при температурах $T > \sim v \approx 175$ ГэВ в ранней Вселенной за счет так называемых сфалеронных переходов эти процессы могли протекать с большой вероятностью.

Что касается создания неравновесных условий, то этого можно было бы достичь при электрослабом фазовом переходе 1-го рода (с энерговыделением) и его неравномерном в пространстве протекании. Тогда на границе двух фаз (фазы при $T > v$, где B и L не сохраняются, и фазы при $T < v$, где B и L сохраняются) установились бы неравновесные условия с нарушением B и L .

Однако обеспечить теоретически электрослабый фазовый переход 1-го рода оказывается весьма затруднительным. Этого можно было бы добиться при малой массе бозона Хиггса, $m_H \sim 50$ ГэВ, но это противоречит современному экспериментальному ограничению. Кроме того, степень СР-нарушения оказывается слишком слабая.

Таким образом, реализация бариосинтеза в рамках СМ требует усложнения сценария рядом дополнительных предположений. Тем не менее, данные исследования важны, так как связаны с принципиальной возможностью объяснения исключительно в рамках СМ барионного избытка во Вселенной, которому мы обязаны своим существованием.

Бариосинтез в моделях великого объединения (ВО). Во многих моделях ВО предсказываются как нарушение СР, так и барионного числа. Бариосинтез в них осуществляется посредством распада тяжелых частиц. Такой механизм является наиболее наглядным примером трех Сахаровских условий в действии. Сам А.Д. Сахаров, полагая наличие планковских температур во Вселенной, описывал модель бариосинтеза за счет распада максимонов – гипотетических частиц субпланковских масс.

Пусть частица-бозон ВО (лептокварк) X имеет моду распада с образованием кварков qq с относительной вероятностью r , зарядово-сопряженная мода имеет вероятность \bar{r} (частица X может совпадать со своей античастицей, $X = \bar{X}$).

$$X \rightarrow qq, \quad r; \quad (5.126a)$$

$$\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}, \quad \bar{r}. \quad (5.126b)$$

Барионное число в данных модах явно нарушается. Благодаря нарушению СР-четности $r \neq \bar{r}$. При этом СРТ-теорема требует равенства полных вероятностей (времен) распада X и \bar{X} , равно как и их масс, $m_X = m_{\bar{X}}$. Процессы (5.126) будут необратимы, если они протекают при $T \ll m_X$, что в ранней Вселенной могло иметь место при достаточно долгом времени жизни частиц X . Тогда, если концентрация этих частиц была $n_X = n_{\bar{X}}$, в результате их распада концентрация избыточных барионов будет

$$n_B \sim (r - \bar{r})n_X. \quad (5.127)$$

Однако для реализации бариосинтеза во многих моделях ВО требуются высокие температуры $T \sim 10^{15+16}$ ГэВ, которые трудно совместимы с предсказаниями многих инфляционных моделей. Кроме того, в простейших моделях ВО, таких как $SU(5)$ модель, нарушение барионного числа сопровождается нарушением с обратным знаком лептонного числа

$$B + L = 0. \quad (5.128)$$

Сгенерированные барионный и лептонный заряды в этом случае «размываются» впоследствии электрослабыми процессами, подчиняющимися правилу (5.125).

Бариосинтез в моделях с майорановской массой нейтрино. В моделях, осуществляющих механизм see-saw генерации майорановской массы нейтрино, предполагается нарушение лептонного числа (см. раздел П.1 Приложения). Это дает возможность реализовать бариосинтез в два этапа: сначала образуется избыток лептонного заряда в результате процессов, нарушающих лептонное число, затем за счет электрослабых процессов, нарушающих B и L согласно (5.125), этот избыток перераспределяется среди лептонов и барионов.

В этих моделях правое майорановское нейтрино имеет большую массу ($\sim 10^{10}$ ГэВ). Их распад, нарушающий L и СР, дает изначальный избыток лептонного заряда во Вселенной ΔL_0 . Впоследствии электрослабые взаимодействия дают (грубо) $\Delta B \sim \Delta L_0/2$.

Бариосинтез в моделях суперсимметрии. С введением суперсимметрии значительно расширяются теоретические возможности благодаря новому классу частиц (см. раздел 4.1), механизму нару-

шения, количество описывающих которые (неизвестных) параметров в общем случае велико (свыше ста). Это позволяет реализовать в рамках модели суперсимметрии механизм бариосинтеза аналогичный механизму в электрослабой теории, избегая препятствия, возникшие там с массой бозона Хиггса и амплитудой СР-нарушения. Необходимая для бариосинтеза амплитуда СР в MSSM может быть обеспечена комплексными фазами параметров μ , $M_{1,2,3}$ и/или A_t . Требование электрослабого фазового перехода 1-го рода накладывает ограничения на массовые состояния стоп-кварка: $m_{\tilde{t}_1} < m_t$, $m_{\tilde{t}_1} \geq 1$ ТэВ; на массу бозона Хиггса: $m_H \leq 120$ ГэВ. Последнее ограничение наиболее существенное, но пока не исключает возможность электрослабого бариосинтеза в MSSM.

Ставший наиболее популярным механизм бариосинтеза в суперсимметричных моделях был предложен Афлеком и Дайном (I. Afleck, M. Dine) в 1985 г. Потенциал в суперсимметричном лагранжиане составляется исходя из общих требований (требований суперсимметрии, калибровочных симметрий, $B-L$ симметрии, присущей в электрослабой теории, и др.), допускающих в принципе нарушение B и L в отдельности. Оказывается, что данный потенциал до нарушения суперсимметрии практически не зависит от некоторых комбинаций полей скалярных夸克ов. Такие комбинации получили название полей «плоских направлений» или «долин». Как следствие, они могут приобретать почти сколь угодно большое начальное значение. В суперсимметричных реализациях моделей инфляции суперсимметрия нарушается по окончании инфляции и поля долин приобретают массы. То есть значения поля долины становятся энергетически неэквивалентными и их потенциал приобретает минимум. Поля долин начинают осциллировать вокруг минимума. Если поле долины несло в себе барионный заряд, то энергия этих колебаний переходит в энергию бозе-конденсата скалярных夸克ов с ненулевым барионным зарядом. Впоследствии бозе-конденсат распадается на обычные夸克и, давая барионный избыток. Аналогичная ситуация может быть с лептонным зарядом. Электрослабые (сфалеронные) процессы перераспределяют сгенерированные заряды по правилу (5.125).

Существуют и другие попытки объяснения появления барионного избытка во Вселенной. Это – испарение первичных черных дыр, модель спонтанного бариосинтеза Кохена–Каплана, модель техни цвета и др., включая комбинации различных механизмов. Для реализации бариосинтеза практически во всех попытках требуются специальные условия. Но все это отражает необходимость учета в развитии физики микромира космологических требований.

Скрытая масса и темная энергия

Решение **проблемы скрытой массы** (DM) связывается, в основном, с необходимостью расширения сектора элементарных частиц. В связи с этим особое значение имеют предсказания в теории новых (мета)стабильных частиц. Как правило, модель обладает достаточной свободой новых параметров, чтобы предсказываемая ею стабильная частица подходила на роль скрытой массы Вселенной. С другой стороны, открывается возможность космологической проверки модели, которая может сузить область допустимых значений ее параметров.

Многие обсуждаемые расширения СМ предлагают свои кандидаты в DM.

Модель Печей–Куина, решающая проблему сильного СР-нарушения (см. раздел П.3 Приложения), предлагает в качестве кандидата в DM аксион. Аксионы могут появляться в ранней Вселенной благодаря нескольким механизмам.

Во-первых, аксионы могут рождаться обычным тепловым способом. При температуре $T < \sim f_a > 10^9$ ГэВ (см. (П.48)), немного ниже масштаба нарушения симметрии $U_{PQ}(1)$, аксионы могли быть в термодинамическом равновесии и вскоре отцепиться. Оценка их современной закаленной концентрации по формуле (5.63) привела бы к значению не более 10 см^{-3} . При массе (П.48) данные аксионы дают пренебрежимо малый вклад в полную современную плотность Вселенной.

Второй механизм рождения аксионов аналогичен генерации конденсата скалярных夸克ов в механизме бариосинтеза Афлека–Дайна, упоминавшемся в предыдущей части. После нарушения симметрии $U_{PQ}(1)$ во Вселенной поле аксиона приобретает случай-

ные значения a . До фазового перехода КХД при $T \sim \Lambda_{\text{КХД}} \sim 200$ МэВ данные значения были энергетически эквивалентны. После КХД фазового перехода за счет аксиальной аномалии аксионное поле обретает эффективный потенциал $V_{\text{эфф}}$ (П.38), поле становится массивным. В результате этого случайно распределенные в пространстве значения a перестают быть энергетически эквивалентными, поле стремиться к значению $\langle a \rangle$ (П.39), отвечающему минимуму $V_{\text{эфф}}$. Значение $\langle a \rangle$ аксионное поле принимает, безусловно, не сразу. Это происходит в несколько этапов по аналогии с динамикой инфлатона: медленное скатывание a к минимуму, быстрое скатывание, осцилляции a вокруг минимума. В динамике аксиона в отличие от инфлатона существенно то, что потенциал $V_{\text{эфф}}$ и, соответственно, масса a «включаются» постепенно, т.е. зависят от времени. Энергия осцилляций сохраняется в виде бозе-конденсата аксионов. Значение этой энергии определяется значением a в момент $t = t_1$ перехода к режиму быстрого скатывания, $\epsilon_a \sim m_a^2(t_1) \alpha^2(t_1)$, где, напомним, $\alpha \equiv a - \langle a \rangle$. Для современной плотности аксионного конденсата оценки дают

$$\Omega_a \approx 0,2 \cdot \left(\frac{f_a}{10^{12} \text{ ГэВ}} \right)^{7/6} \approx 0,1 \left(\frac{10^{-5} \text{ эВ}}{m_a} \right)^{7/6}. \quad (5.129)$$

Данная оценка получена в предположении, что $\alpha(t_1) \sim f_a$ в среднем по всему объему Вселенной, соответствующему современному горизонту («нашей» Вселенной). В рамках инфляционной космологии для распределения a по объему «нашей» Вселенной предсказывается высокая однородность, если инфляция завершилась после нарушения $U_{\text{PQ}}(1)$, т.е. при $T_R < f_a$. В принципе возможна исключительная ситуация $\alpha(t_1) \ll f_a$ в «нашой» Вселенной, и плотность будет относительно (5.129) подавлена в $(\alpha(t_1)/f_a)^2$ раз.

Третий механизм рождения аксионов – распад топологических дефектов, образованием которых сопровождается нарушение симметрии $U_{\text{PQ}}(1)$. Данный механизм поднимает проблему доменных стенок, поэтому заслуживает особое внимание.

При спонтанном нарушении на энергетическом масштабе f_a (точнее Nf_a , если $N \neq 1$), когда поле аксиона a принимает случайные (равновероятные) значения, возникают акционные нити. Нити являются топологическими дефектами – результат распределения значений a , меняющихся в пространстве непрерывно и периодично (см. (П.41а)). Линейная плотность энергии этих нитей может быть грубо оценена из размерных соображений как $\sim (Nf_a)^2$. До фазового перехода КХД акционные нити частично теряют свою энергию на излучение частиц-акционов. Излученные аксионы после приобретения ими массы вскоре становятся нерелятивистскими, т.е. ведут себя как холодная скрытая масса подобно аксионам бозе-конденсата. Оценка вклада акционов от излучения нитей в современную плотность Вселенной страдает большими неопределенностями. С учетом разброса в существующих оценках данный вклад оказывается в пределах 1÷10 раз от вклада бозе-конденсата (5.129).

После фазового перехода КХД поле аксиона за вычетом θf_a со значениями $0 \div \pi f_a$, $\pi f_a \div 3\pi f_a$, ..., $(2N-1)\pi f_a \div 2N\pi f_a = 0$ сваливается в соответствующий один из N минимумов потенциала (П.38) (см. формулы (П.41а,б) и комментарии к ним). Между областями с различными минимумами возникают как топологические дефекты доменные стенки, краями лежащие на акционных нитях (по N штук на каждую нить). Отметим, что стенки появляются даже в случае $N=1$; они разделяют области, где поле аксиона до КХД перехода имело за вычетом θf_a значения $0 \div \pi f_a$ и $\pi f_a \div 2\pi f_a = 0$. Поверхностная плотность энергии акционных доменных стенок $\sim m_a f_a^2$. Оценка их современной плотности, основанная на предположении стабильности акционных топологических дефектов и их образования на фридмановской стадии ранней Вселенной, приводит к противоречию с полной плотностью Вселенной на много порядков величины. Поэтому данный сценарий требует дополнительного уточнения, позволяющего избежать проблемы доменных стенок.

Самым простым способом избежать данной проблемы является предположение о том, что спонтанное нарушение симметрии $U_{PQ}(1)$ происходило на инфляционной стадии (или до нее), чему соответствует $T_R < f_a$. В этом случае, как указывалось выше, поле

аксиона в период $T \sim \Lambda_{\text{КХД}}$ было однородно $a \approx \text{const}$ в пределах «нашей» Вселенной, и, соответственно, граница между акционными вакуумами лежит за ними. Основным вкладом акционов в плотность сегодня в таком случае будет только вклад от их бозе-конденсата (5.129).

Если $T_R > f_a$, то необходимо предполагать, что система акционных нитей и стенок неустойчива и распадается. Оказывается, что в случае $N=1$ так оно и есть в существующих рамках модели. Благодаря динамике, обусловленной силами натяжения стенок, система топологических дефектов разрушается на частицы-акции. Оценки показывают, что вклад таких акционов в плотность мал по сравнению с вкладами акционов от бозе-конденсата и от излучения нитей и составляет $\sim 0,1$ их доли. В случае $N \geq 2$ сценарий необходимо дополнить специальным механизмом, приводящем к распаду нитей и стенок. Такой механизм может быть реализован с помощью нарушения за счет какого-либо дополнительного поля вырожденности вакуумов поля аксиона, так что остается только один из них. Данный вариант привносит в сценарий новые параметры, требующие подстройки, и выглядит в целом наименее привлекательно. Чаще всего в существующих оценках космологической плотности акционов вклад от распада доменных стенок не учитывают.

Таким образом, оценка (5.129) является минимальной оценкой плотности акционов, которая справедлива в случае, если спонтанное нарушение $U_{PQ}(1)$ происходит до окончания инфляции. Безусловно, условием справедливости данной оценки является также правильность всех остальных предположений об эволюции Вселенной в очень ранний период, в частности, об отсутствии процессов, производящих энтропию в период после фазового перехода КХД. В случае, если инфляция происходила до нарушения $U_{PQ}(1)$ (что эквивалентно в данном рассмотрении тому, что ее не было вообще), то плотность реликтовых акционов ожидается в несколько раз больше по сравнению с (5.129), главным образом, за счет излучения акционных нитей.

Удовлетворение требованию, чтобы плотность реликтовых акционов (5.129), как холодной скрытой массы, не превосходила (5.102) накладывает ограничение на $f_a(m_a)$ сверху (снизу):

$$f_a < 10^{12} \text{ ГэВ}, \quad m_a > 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}. \quad (5.130)$$

Совокупность всех ограничений (ускорительных, астрофизических, космологических) на параметры аксиона представлена на рисунке 5.5.

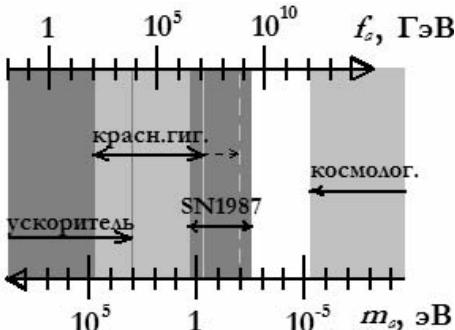


Рис. 5.5. Ограничения на массу аксиона и масштаб спонтанного нарушения симметрии $U_{PQ}(1)$, основанные на анализе ускорительных, астрофизических и космологических данных

Аксионы с разрешенными параметрами представляют собой весьма слабо взаимодействующие частицы. Подтверждение или опровержение акционной природы DM может иметь, на первый взгляд, лишь косвенный характер. Однако предпринимаются попытки прямого поиска космических аксионов. Они основаны на эффекте конверсии аксиона в фотон при взаимодействии с фотоном переменного магнитного поля за счет диаграммы, изображенной на рис. П.5 в Приложении. При частоте магнитного поля, равной ожидаемой массе аксиона, $\omega = m_a$, происходит резонансное увеличение вероятности данного перехода. В перспективе планируется поднять чувствительность таких поисков до уровня, соответствующего неисключенному интервалу f_a ,

$$2 \cdot 10^9 \text{ ГэВ} < f_a < 10^{12} \text{ ГэВ}. \quad (5.131)$$

Однако всегда следует помнить модельную зависимость полученных астрофизических и космологических ограничений.

В моделях суперсимметрии предсказываются несколько кандидатов в скрытую массу. На их роль претендуют стабильные частицы, обладающие столь слабым взаимодействием, что не позволило им проявиться. Сохранение R-четности обеспечивает стабильность легчайшей суперчастицы. В принципе, легчайшей суперчастицей может быть любой суперпартнер. Но обращение к до-

полнительным популярным модельным предположениям (таким как mSUGRA и др.) и учет данных наблюдений позволяет уменьшить их количество до нескольких. В настоящее время в рамках суперсимметричных моделей рассматривается три основных кандидата в DM: нейтралино, гравитино, аксино. Из перечисленных частиц ранее не упоминалась лишь аксино. Аксино – супер搭档ner аксиону со спином 1/2 и соответственно появляется при суперсимметричном расширении СМ, включающем механизм Печей–Куин подавления СР-нарушения в КХД.

О нейтралино в космологическом аспекте немного шла речь в разделе 5.4. Количество реликтовых нейтралино оценивается, исходя из их теплового рождения и закалки в ранней Вселенной (см. разделы 5.2–5.4). Если масса нейтралино χ близка к массе другой суперчастицы sp , то при рассмотрении закалки нейтралино важен учет ко-аннигиляции – реакций вида



При $m_{sp} - m_\chi < \sim T_*$, где $T_* \sim m_\chi / 20$ – температура закалки, концентрация частиц sp в плазме сравнима с концентрацией χ . При этом сечение реакции (5.132) может превышать сечение обычной аннигиляции нейтрино. Это в целом может делать темп реакций (5.132) сравнительно высоким и, следовательно, важным в оценке закаленной концентрации нейтралино.

Установить физическую природу DM весьма непросто. Для этого прибегают к анализу возможных астрофизических проявлений тех или иных кандидатов. В случае нейтралино исследуют возможные эффекты их аннигиляции. Данные эффекты могут проявляться в космических лучах от аннигиляции реликтовых нейтралино в Галактике, где можно выделить вклады от нейтралино, распределенных в гало, сосредоточенных в центре Галактики, в малых сгустках. Последние являются мелкомасштабным пределом в иерархии неоднородностей, формируемых нейтралиновой компонентой вещества (см. (5.37)). Также могут ожидаться эффекты аннигиляции нейтралино, скопившихся в Земле и Солнце за время их существования за счет захвата их из космического пространства. В этом случае эффект проявляется в потоках нейтрино – продуктов аннигиляции, способных пройти сквозь толщу вещества Земли и Солнца.

Кроме того, предпринимаются прямые поиски реликтовых нейтрино (и других аналогичных кандидатов в DM) по эффектам их слабого (по величине) взаимодействия с ядрами вещества в детекторе.

О роли *гравитино* в космологии рассказывалось в разделе 5.4. Объяснение с помощью гравитино всей скрытой массы в рамках инфляционной космологии теоретически связано с выбором (заданием) надлежащей температуры послеинфляционного разогрева T_R при тепловом (но термодинамически неравновесном) механизме их рождения. К сожалению, в большинстве рассматриваемых случаев гравитинная скрытая масса может проявляться только за счет гравитационного взаимодействия, что практически не оставляет возможностей ее астрофизического поиска. Ситуация немного меняется в суперсимметричных моделях типа GMSB, но не настолько, чтобы обнадеживать в поисках.

«Суперсимметризация» модели Печей–Кuin приводит к некоторым не типичным для обычных моделей SUSY следствиям. Для поля аксиона со спином $S=0$ (и R-четностью $R=1$) равенство между числами бозонных и фермионных степеней свободы, требуемое суперсимметрией, обеспечивается добавлением майорановского фермиона – *аксино* (\tilde{a}) с $S=1/2$ и $R=-1$ и скаляра – с-аксиона (иногда называют с-аксино) с $S=0$ и $R=1$. Требование соблюдения симметрии $U_{PQ}(1)$ не позволяет аксино, также как и самому аксиону, приобретать массу обычным образом за счет нарушения суперсимметрии. Такого запрета не возникает для с-аксиона, и его масса может быть порядка масс обычных суперпартнеров $\sim 100\text{--}1000$ ГэВ, возникающих после нарушения SUSY. Предсказание массы аксино $m_{\tilde{a}}$ требует обращения к другим механизмам ее генерации (связанным с добавлением членов в лагранжиан, радиационными поправками и др.), что делает его в значительной степени модельно-зависимым. Как следствие, $m_{\tilde{a}}$ может варьироваться в широких пределах и быть значительно меньше масс других суперпартнеров,

$$m_{\tilde{a}} \sim \text{кэВ}\div\text{ГэВ}. \quad (5.133)$$

Таким образом, аксино может являться легчайшей суперчастицей и, следовательно, при сохранении R-четности быть стабильной.

Что же касается взаимодействия аксино, то предсказания более определенные, чем для $m_{\tilde{a}}$, и следуют из исходной модели. Также

как и для аксиона, амплитуда взаимодействия аксино с другими частицами обратно пропорциональна масштабу нарушения $U_{PQ}(1) - f_a$ (для простоты полагаем $N = 1$). Учитывая (5.131), аксино – сверхслабо взаимодействующая частица и как частица-фермион во многом схожа с гравитино, \tilde{G} . Для аксино рассматриваются те же, что для гравитино, механизмы рождения в ранней Вселенной.

Если $f_a < T_R$, то аксино находились в термодинамическом равновесии при $f_a > T > \sim 0,1f_a$, после чего отцепились. Оценка их современной плотности полностью аналогична (5.76) с учетом того, что спиновых состояний у \tilde{a} в 2 раза меньше, чем у \tilde{G} . Требование $\Omega_{\tilde{a}} < 1$ приводит из (5.76) к ограничению (ср. с (5.77))

$$m_{\tilde{a}} < 2 \text{ кэВ}. \quad (5.134)$$

В случае $f_a > T_R$, аксино могли рождаться (с меньшим темпом) тепловым образом и за счет распада следующей по массе суперчастицы (СМСЧ), например, нейтралино. При тепловом рождении в широком диапазоне значений T_R плотность $\Omega_{\tilde{a}} \propto T_R$ (см. (5.81)), что позволяет объяснить скрытую массу с помощью аксино почти любой массы (5.133) в зависимости от T_R , точнее от T_R/f_a . Распадный механизм может быть эффективен в основном при $m_{\tilde{a}} > 10 \text{ МэВ}$ и $T_R \leq 5 \cdot 10^4 \text{ ГэВ}$. В этом случае значительно ослабевает ограничение на $\Omega_{\text{СМСЧ}}$ (см. (5.86)), становится допустимо $\Omega_{\text{СМСЧ}} \gg 1$. Следует при этом беспокоиться о возможном опасном влиянии распада СМСЧ на первичный нуклеосинтез.

Отметим, что в случае, если СМСЧ есть гравитино, снимется связанныя с ними проблема, для решения которой требовалось ограничение (5.84). В этом случае гравитино распадаются на пару аксино и аксион, что ввиду их сверхслабого взаимодействия совершенно безвредно с точки зрения нуклеосинтеза.

Также отметим, что в суперсимметричных моделях, включающих механизм Печей–Куин, сразу две частицы, аксион и аксино, предсказываются как кандидаты в скрытую массу, и обе могут являться ее компонентами одновременно. К сожалению, обнаружение аксино практически невозможно, как и в случае с гравитино.

В моделях типа Калуца–Клейна в качестве кандидата в DM возможна частица, соответствующая легчайшему среди всех КК-

состоянию. Стабильность легчайшей КК-частицы может быть следствием сохранения так называемой КК-четности. Условие сохранения последней отражает в определенной степени факт сохранения проекции импульса на ось(и) дополнительного(ых) измерения(й). Согласно экспериментальным ограничениям на размер (радиус компактификации) дополнительных универсальных измерений масса легчайшей КК-частицы должна быть больше 300 ГэВ.

Частицей, подходящей на роль DM, является первое КК-состояние B -бозона электрослабой теории (связанного с калиброчечной симметрией $U_Y(1)$), B_{KK}^1 . Сечение аннигиляции пар B_{KK}^1 обратно пропорционально квадрату его массы $m_{B_{\text{KK}}^1}$ и, как следствие (см., например, (5.108)), $\Omega_{B_{\text{KK}}^1} \propto m_{B_{\text{KK}}^1}^2$. На предсказание $\Omega_{B_{\text{KK}}^1}$ может также влиять эффект ко-аннигиляции B_{KK}^1 с другими близкими по массе КК-частицами. В отличие от случая с нейтриино, ко-аннигиляция приводит к увеличению $\Omega_{B_{\text{KK}}^1}$. Объяснение всей скрытой массы (5.102) с помощью B_{KK}^1 оказывается возможным при

$$400 \text{ ГэВ} < m_{B_{\text{KK}}^1} < 1200 \text{ ГэВ}. \quad (5.135)$$

Перечень возможных методов астрофизического поиска реликтовых КК- B -бозонов такой же, как и в случае нейтриино.

Список кандидатов в скрытую массу может быть продолжен. За рамками настоящего изложения остались такие рассматриваемые сейчас кандидаты как стерильные нейтрино, сверхтяжелые частицы, кандидаты из модели «малого Хиггса» и др. Какие-то из них более, какие-то менее теоретически привлекательны, но в большинстве своем их космологическое рассмотрение аналогично тому, что представлено выше. Интересующимся можно посоветовать обзор [6].

Проблема темной энергии (DE) может быть подразделена на две. Первая заключается в совпадении по порядку величины современных плотностей

$$\Omega_\Lambda \sim \Omega_m. \quad (5.136)$$

Уникальность этого совпадения становится видна из сравнения поведений плотностей этих компонент при космологическом расши-

рении: $\epsilon_m \propto a^{-(3+4)}$, $\epsilon_\Lambda = \text{const}$. С момента первичного разогрева плотность «обычного» вещества изменилась примерно в $\sim (T_R / T_{RD})^4 (T_{RD} / T_{\text{сопр}})^3 \sim (T_R \sim 10^{10} \text{ГэВ}) \sim 10^{87}$ раз, чтобы (в переносном смысле) совпасть сейчас с точностью до трех раз с неизменной (в отсутствие причин, обусловленных динамикой самой DE) плотностью DE. Другая проблема непосредственно касается физической природы DE. Само значение плотности энергии $\epsilon_\Lambda = \Omega_\Lambda \epsilon_{\text{крит}} \approx 0,7 \cdot 5,5 \text{кэВ/см}^3 \approx 3 \cdot 10^{-47} \text{ГэВ}^4$ намного порядков величины меньше типичных микрофизических масштабов энергий вакуума, например, планковского $\sim 10^{76} \text{ГэВ}^4$, электрослабого $\sim 10^9 \text{ГэВ}^4$, КХД $\sim 10^{-3} \text{ГэВ}^4$. Если DE обусловлена в действительности Л-членом классической гравитации, то уместным остается сравнение ее плотности с планковским масштабом, что поднимает соответствующую проблему иерархии для будущей квантовой теории гравитации.

В отношении проблемы DE не выработано на данный момент однозначного пути решения как это в случае проблемы скрытой массы, о которой речь шла выше. Для ее объяснения нередко приводят соображения антропного принципа (см. подробнее, например, в [7]). Иногда ее связывают с проблемой определения нуля в отсчете потенциальной энергии, который устанавливается постоянным членом (в данном случае тонко подогнанным по значению), не игравшим роли в лагранжевом формализме до введения гравитации. Существует идея, пока непроверенная, что эффект DE может являться «издержкой» приближенного решения уравнения гравитации Эйнштейна, основанного на предположении однородной Вселенной.

Среди рассматриваемых физических причин стоит отметить предположение о возможной автоматической подстройке плотности DE к нулю, по идеи аналогичной механизму подавления СР-нарушения в КХД за счет аксиона (см. разд. П.3 Приложения). Согласно данному подходу, впервые предложенному А.Д. Долговым в 1982 г. (еще до открытия современного ускорения Вселенной), существует некоторое (обычно скалярное) поле ϕ , которое особым

образом связано с гравитацией. Благодаря данной связи выход на квази-де-ситтеровскую стадию, обусловленную доминантностью энергии вакуума, приводит к компенсирующему действию со стороны поля ϕ . Однако в изначальной версии данной модели это действие заключалось в изменении эффективной гравитационной постоянной (а не компенсации самой энергии вакуума), что неприемлемо. Поздние версии давали более приемлемый результат, но использовали весьма изощренную связь поля ϕ с гравитацией. Тем не менее, идея динамической компенсации ϵ_Λ , где вполне естественно ожидать $\epsilon_\Lambda \sim \epsilon_{\text{крит}}$, является привлекательной, так что стоит надеяться на ее изящное воплощение.

«Незатейливое» объяснение DE строится по аналогии с теорией инфляции в ранней Вселенной, где загадочные свойства ускоренно расширяющейся Вселенной сводятся к надлежащему заданию функции $V(\phi)$ для потенциала некоего скалярного поля – поля квинтэссенции – аналога инфлатона. Параметр γ уравнения состояния (5.7) поля квинтэссенции (см. 5.112)

$$\gamma = \frac{1 - 2V/\dot{\phi}^2}{1 + 2V/\dot{\phi}^2} \quad (5.137)$$

должен меняться со временем в соответствии с динамикой ϕ , описываемой уравнениями (5.113). Наблюдения же не дают указаний на переменность γ . Требуется тонкая подстройка параметров $V(\phi)$; в частности, масса поля ϕ для обеспечения медленного скатывания должна быть $\sim H_{\text{совр}}^{-1} \sim 10^{-33}$ эВ. В целом при такой интерпретации DE число неизвестных параметров, требующих тонкой подстройки, без привлечения дополнительных физических предположений не уменьшается. Проблема DE фактически переведена в сектор частиц.

Достаточно любопытной является модель DE, основанная на (новой) физике переменной массы известных нейтрино. Она является фактически модернизацией модели квинтэссенции, нацеленной на решение проблемы тонкой подстройки значения $\epsilon_\Lambda \simeq V(\phi)$ за счет связи его с физикой малой массы нейтрино. Предполагается, что в нейтринном секторе реализуется механизм генерации мас-

сы, аналогичный see-saw (см. раздел П.1 Приложения). Однако, если потенциал V_0 скалярного поля ϕ , который в обычном see-saw механизме сообщает большую массу правому нейтрино $M_R = g\langle\phi\rangle$, имеет достаточно пологую форму, то картина меняется. Вклад в потенциал поля ϕ , названного авторами модели «акселероном», будут эффективно вносить реликтовые нейтрино

$$V_{\text{эфф}}(\phi) = m_v(\phi)n_v + V_0(\phi). \quad (5.138\text{a})$$

Масса легких (реликтовых) нейтрино

$$m_v(\phi) \approx \frac{m_D^2}{g\phi} \quad (5.138\text{б})$$

в отличие от обычного see-saw механизма непостоянна ($\langle\phi\rangle = \text{const} \rightarrow \phi \neq \text{const}$). Поле ϕ и соответственно m_v динамически отслеживают минимум потенциала $V_{\text{эфф}}(\phi)$, который в отличие от минимума $V_0(\phi)$ зависит от изменяющейся с космологическим расширением концентрации реликтовых нейтрино n_v . Плотность DE определяется вкладом $V_0(\phi)$, который по величине не сильно отличается от $m_v n_v$. Однако требование необходимой в данной модели очень пологой формы потенциала $V_0(\phi)$ сталкивается с серьезной проблемой радиационных поправок. Поиск ее решения предпринимается в рамках модели суперсимметрии и др.

Существуют и другие подходы к решению проблемы DE. Это – подходы, связанные с модификацией закона гравитации на больших расстояниях, связанные с компенсирующим обратным влиянием гравитонов, и др. Пока на пути почти всех предлагаемых подходов поднимаются вопросы, практически равноценные решаемой проблеме. Но ситуация вокруг проблемы DE развивается, с состоянием которой на начало 21 века можно более подробно ознакомиться с помощью обзоров [8].

ПРИЛОЖЕНИЕ

П.1. Основы физики нейтрино

Для безмассовых частиц нейтрино и антинейтрино отличаются спиральностями: нейтрино левополяризованное ($H = -1$), а антинейтрино правополяризованное ($H = +1$). Для нейтрино конечной массы спиральность не является сохраняющимся квантовым числом. Для описания взаимодействий нейтрино вводятся три квантовых числа L_e , L_μ , L_τ и полное лептонное число $L = L_e + L_\mu + L_\tau$.

Откуда известно, что существует три активных типа нейтрино? Из данных LEP по измерению ширины Z -бозона следует, что число легких нейтрино, связанных с Z -бозоном, равно трем. Однако никто не противоречит тому, что имеются и другие легкие сорта нейтрино, не связанные с Z - и W -бозонами. Такие нейтрино называют стерильными. Согласно современным космологическим данным, допустимо более чем одно стерильное нейтрино, смешанное с активным нейтрино. В первоначальном варианте СМ все сорта нейтрино считались безмассовыми. Предполагалось, что правых нейтрино не существует, хотя, как будет видно ниже, они необходимы для генерации дираковских масс посредством механизма Хиггса.

Недавние эксперименты обнаружили нейтринные осцилляции, т.е. наличие у нейтрино масс и смешивания. Следовательно, нужно дополнить СМ, учитывая наличие масс у различных сортов нейтрино.

В СМ и взаимодействия нейтрино содержатся в заряженных (CC) и нейтральных (NC) частях лагранжиана СМ:

$$\begin{aligned} L^{\text{CC}} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} j_\alpha^{\text{CC}} W^\alpha + \text{э.с.}, \\ L^{\text{NC}} &= -\frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} j_\alpha^{\text{NC}} W^\alpha + \text{э.с.}, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

где токи

$$\begin{aligned} j_\alpha^{\text{CC}} &= 2 \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{v}_{lL} \gamma_\alpha l_L, \\ j_\alpha^{\text{NC}} &= \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{v}_{lL} \gamma_\alpha v_{lL}. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Дираковская и майорановская массы нейтрино

Для нейтрино – частиц с нулевым электрическим зарядом – есть две возможности для массовых членов в лагранжиане. Прежде чем их обсуждать, вспомним уравнение Дирака для электрона

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0. \quad (\text{П.3})$$

Это уравнение получается из свободного лагранжиана

$$L = i\bar{\psi} \gamma^\lambda \psi_\lambda - m\bar{\psi}\psi \quad (\text{П.4})$$

путем вариации $\frac{\delta L}{\delta \bar{\psi}} = 0$. Второе слагаемое в (П.4) относится к мас-

се электрона.

Лоренц-инвариантность, однако, допускает другую билинейную комбинацию фермионов, определяющую массовое состояние в лагранжиане: $\psi^T C^{-1} \psi$, где C – матрица зарядового сопряжения.

Отличие массового члена $m\bar{\psi}\psi$ от $\psi^T C^{-1} \psi$ состоит в том, что первый инвариантен относительно преобразований $\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$, а второй неинвариантен. Чтобы отличить эти две формы массового слагаемого, нужно вспомнить, что инвариантность относительно фазового преобразования означает существование сохраняющегося заряда (электрического, барионного, лептонного), т.е. присутствие в лагранжиане массового слагаемого второго типа ($m\psi^T C^{-1} \psi$) означает, что если поле ψ удовлетворяет условию самосопряжения

$$\psi = \psi^C = C\bar{\psi}^T, \quad (\text{П.5})$$

то массовый член $m\bar{\psi}\psi$ сводится к $\psi^T C^{-1} \psi$. Таким образом, второй тип массового члена в лагранжиане означает, что нейтрино совпадает с собственной античастицей. Это условие вдвое уменьшает число независимых компонент спинора. Массовое слагаемое $m\psi^T C^{-1} \psi$ – называется майорановским, а $m\bar{\psi}\psi$ – дираковским. Для заданного числа произвольных спиноров, описывающих частицы со спином $1/2$, можно записать или только дираковское или только майорановское массовое слагаемое или оба.

Но если частица имеет сохраняющееся квантовое число (например, электрический заряд), то майорановское слагаемое записать нельзя, поскольку оно будет нарушать закон сохранения заряда.

Для электрически нейтральных частиц, к которым относится нейтрино, допустимы оба массовых слагаемых. В настоящий момент неизвестно, являются ли нейтрино дираковскими или майорановскими частицами. Важнейшим, с точки зрения выяснения природы нейтрино, являются эксперименты по поиску двойного безнейтринного β -распада. Если нейтрино – майорановский фермион, то лептонное число изменяется на две единицы и ядерный распад $(A,Z) \rightarrow (A,Z+2)+2e^-$, если он разрешен кинематически, происходит. Такой процесс называют $0\nu\beta\beta$. Скорость $0\nu\beta\beta$ распада пропорциональна массе нейтрино. Регистрация $0\nu\beta\beta$ была бы очень серьезным аргументом в пользу майорановской природы массы нейтрино.

В эксперименте CUORE (Италия) получено ограничение

$$T_{1/2}^{0\nu\beta\beta}(\text{Te}) \geq 1,8 \cdot 10^{24} \text{ лет}, \quad (\text{П.6})$$

в эксперименте Heidelberg–Moscow (INR, Kurchatov Inst.)

$$T_{1/2}^{0\nu\beta\beta}(\text{Ge-70}) \geq 1,55 \cdot 10^{25} \text{ лет}. \quad (\text{П.7})$$

Будущие эксперименты будут способны получить границу $T_{1/2}^{0\nu\beta\beta}(\text{Xe-136}) \geq 10^{28}$ лет.

See-saw механизм

Представляется естественным, что нейтрино имеют ненулевые массы. В самом деле, все известные фермионы (кварки и заряженные лептоны) имеют массы. Однако нейтрино – очень легкие, гораздо легче других фермионов, и это необходимо понимать.

Наиболее популярным объяснением малости масс нейтрино является see-saw механизм, в котором массы нейтрино обратно пропорциональны некоторому большому масштабу M_H .

Если нейтрино – майорановская частица, то есть совпадает со своей античастицей, то она имеет только два состояния, соответствующих двум разным спиновым ориентациям. С другой стороны, дираковские частицы, отличаются от античастиц и имеют четыре состояния, соответствующие двум спиновым ориентациям частицы

и античастицы. В механизме see-saw для каждого нейтрино имеется по-прежнему четыре состояния, но они расщеплены (майорановским массовым слагаемым) на двухкомпонентные легкие нейтрино с массами M_α и очень тяжелые (стерильные) двухкомпонентные нейтрино с массой M_H таким образом, что $M_\alpha \cdot M_H \equiv M_D^2$. Поэтому если предположить, что дираковская масса M_D порядка дираковских фермионных масс (кварков и заряженных лептонов), то M_α мала потому, что M_H очень велика.

Если это определение малости нейтринных масс справедливо, то экспериментально наблюдаемые нейтрино должны быть майорановскими частицами, поэтому полное лептонное число не сохраняется.

Смешивание фермионов.

Кварки образуют три семейства

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (\text{П.8})$$

В пределах одного семейства возможны переходы, показанные на рис. П.1.

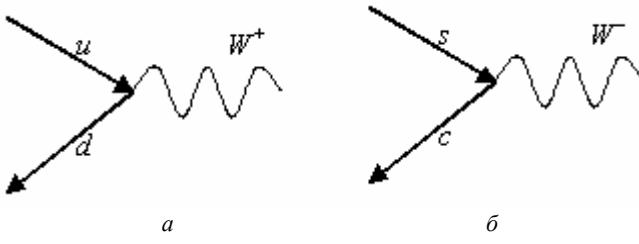


Рис. П.1. Переходы $u \rightarrow d$ (а) и $s \rightarrow c$ (б)

Но возможны, например, переходы между семействами $c \rightarrow d$ или $s \rightarrow u$.

Пример $\bar{K}^0 = s\bar{d} \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$. Диаграмма изображена на рис. П.2.

Эти переходы могут осуществляться за счет смешивания «нижних» состояний кварков (d, s, b). Например,

$$\begin{aligned} d' &= \cos \theta \cdot d + \sin \theta \cdot s, \\ s' &= -\sin \theta \cdot d + \cos \theta \cdot s, \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

где θ – угол Кабиббо. Оказывается, что смешиваются три поколения кварков:

$$\begin{aligned} d' &= d + \lambda \cdot s + \lambda^3 \cdot b, \\ s' &= \lambda \cdot d + s + \lambda^2 \cdot b, \\ b' &= \lambda^3 \cdot d + \lambda^2 \cdot s + b, \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

причем смешивание характеризуется параметром λ :

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \sim \lambda, \text{ между } \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \sim \lambda^2 \text{ и } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \sim \lambda^3.$$

Или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (\text{П.11})$$

где матрица – это матрица Кабиббо–Кобаяши–Маскавы. Аналогично происходит смешивание в лептонном секторе.

$$\begin{pmatrix} v_e \\ v_\mu \\ v_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.12})$$

Также нужно отметить, что могут существовать и переходы нейтрино одного сорта в нейтрино другого сорта (нейтриновые осцилляции), предсказанные академиком Бруно Понтекорво в 60-х годах XX века.

Нейтриновые осцилляции

Осцилляции возможны в том случае, когда нейтрино обладают массой. При осцилляциях явно нарушается лептонные числа L_e , L_μ , L_τ . Собственные состояния гамильтониана слабых взаимодействий v_e , v_μ , v_τ выражаются через комбинации собственных состояний с заданной массой v_1 , v_2 , v_3 , которые из-за разницы в массах распространяются с немного разными скоростями. Если в начальный мо-

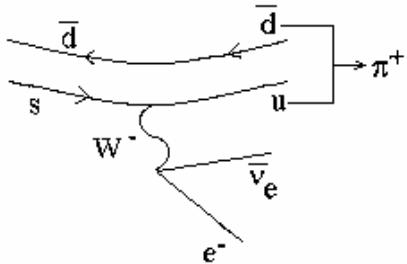


Рис. П.2. Распад \bar{K}^0

мент имеется, например, чистый v_e -пучок, то через какое-то время вследствие осцилляций возникнет смесь v_e , v_μ , v_τ . Для простоты рассмотрим случай осцилляций двух типов нейтрино v_e и v_μ .

Они являются линейными комбинациями двух состояний с заданной массой v_1 и v_2 , которые определяются унитарными преобразованиями

$$\begin{pmatrix} v_\mu \\ v_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{П.13})$$

то есть их волновые функции запишутся в виде

$$\begin{aligned} v_\mu &= v_1 \cos \theta + v_2 \sin \theta, \\ v_e &= -v_1 \sin \theta + v_2 \cos \theta \end{aligned} \quad (\text{П.14})$$

и являются ортонормированными.

Состояния v_e и v_μ образуются при распаде, например, $\pi \rightarrow \mu\nu$. Но их распространение в пространстве-времени определяется характерными частотами собственных состояний с заданной массой:

$$v_1(t) = v_1(0) \exp(-iE_1 t); \quad v_2(t) = v_2(0) \exp(-iE_2 t). \quad (\text{П.15})$$

Так как импульс при осцилляциях сохраняется, то $v_1(t)$ и $v_2(t)$ должны иметь одинаковый импульс p . Тогда, если $m_i \ll E_i$, ($i = 1, 2$), то

$$E_i = p + \frac{m_i^2}{2p}. \quad (\text{П.16})$$

Пусть при $t = 0$ имеются нейтрино мюонного типа, то есть $v_\mu(0) = 1$, $v_e(0) = 0$. Тогда

$$v_2(0) = v_\mu(0) \sin \theta; \quad v_1(0) = v_\mu(0) \cos \theta \quad (\text{П.17a})$$

и

$$v_\mu(t) = v_1(t) \cos \theta + v_2(t) \sin \theta. \quad (\text{П.17б})$$

Отсюда получаем

$$\frac{v_\mu(t)}{v_\mu(0)} = \cos^2 \theta \exp(-iE_1 t) + \sin^2 \theta \exp(-iE_2 t). \quad (\text{П.18})$$

Интенсивность

$$\frac{I_\mu(t)}{I_\mu(0)} = \left| \frac{v_\mu(t)}{v_\mu(0)} \right|^2 = \cos^4 \theta + \sin^4 \theta + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \times$$

$$\times \left[e^{i(E_2 - E_1)t} + e^{-i(E_2 - E_1)t} \right] = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left[\frac{(E_2 - E_1)t}{2} \right]. \quad (\text{П.19})$$

Если ввести величину $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$, то получаем выражение для вероятности нахождения v_μ или v_e через время t .

$$P(v_\mu \rightarrow v_\mu) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 L}{E} \right), \quad (\text{П.20})$$

$$P(v_\mu \rightarrow v_e) = 1 - P(v_\mu \rightarrow v_\mu).$$

Константа в (П.20) равна 1,27, если Δm^2 измерено в (электронвольтах)², L – расстояние в метрах и E энергия в МэВ.

Из (П.20) видно, что интенсивности v_μ и v_e осциллируют как функции расстояния от источника. Так для реакторных нейтрино с энергиями порядка 1 МэВ и $\Delta m^2 \approx 1 \text{ эВ}^2$ длина осцилляций составляет несколько метров.

Вопрос о нейтринных осцилляциях вызвал значительный интерес в связи с *проблемой солнечных нейтрино*: оказалось, что число зарегистрированных солнечных нейтрино в реакции $v_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$ примерно в три раза меньше, чем ожидалось (Davis, 1968). Но модели Солнца содержат значительные неопределенности, поэтому вряд ли опыты Дэвиса можно рассматривать как указание на существование осцилляций.

Осцилляции были обнаружены в реакторных экспериментах. В этих опытах измеряют зависимость числа событий типа $\bar{v}_e + p \rightarrow n + e^+$ от расстояния до центра реактора и энергии позитронов. Эта величина чувствительна к уменьшению потока \bar{v}_e , т.е. к переходам $\bar{v}_e \rightarrow \bar{v}_x$, где x – любой другой тип лептона.

Эксперименты с ускорительными нейтрино проводятся при больших энергиях (> 50 ГэВ) и пучки на 99 % состоят из v_μ . Таким образом, ведется поиск появления аномально большого числа взаимодействий $v_e + N \rightarrow e^- + \dots$, $v_\tau + N \rightarrow \tau^- + \dots$, возникающих в результате осцилляций $v_\mu \rightarrow v_\mu, v_\tau$.

П.2. СР четность и её нарушение

Будем рассматривать преобразование частиц и их взаимодействий при зарядовом сопряжении С, переводящем частицу в античастицу, при обращении пространственных осей (Р-четность), а также обращении времени (Т-четность). Как известно, все взаимодействия, за исключением слабого, инвариантны относительно этих преобразований.

Нарушение С- и Р-симметрий слабых взаимодействий нашло свое отражение в (V-A) варианте лагранжиана слабых взаимодействий.

Особый интерес к проблеме СР нарушения возник после экспериментов Кронина и др. 1964 г.

Как обнаружить СР нарушение? Если частица может распадаться на состояния с противоположными СР четностями, то СР симметрия в таком распаде нарушается.

Существуют два состояния нейтральных каонов, являющихся собственными для лагранжиана сильных взаимодействий: $K^0 = \bar{s}d$ и $\bar{K}^0 = s\bar{d}$. Поэтому состояние нейтрального каона должно быть линейной комбинацией этих двух состояний. Преобразование зарядового сопряжения С меняет K^0 на \bar{K}^0 , а преобразование четности Р изменяет на противоположные 3-мерные импульсы частиц.

Преобразование СР, действуя на состояние $K^0(\vec{p})$, преобразует его в состояние $\bar{K}^0(-\vec{p})$. Определим фазу СР преобразования

$$CP|K^0(\vec{p})\rangle = e^{i\xi}|K^0(-\vec{p})\rangle. \quad (\text{П.21})$$

Будем рассматривать каоны в системе покоя, опуская зависимость от импульса. Состояния $|K_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle \pm e^{i\xi}|\bar{K}^0\rangle)$ являются собственными состояниями оператора СР, соответствующие собственным значениям ± 1 .

Предположим, что СР – точная симметрия полного гамильтониана. Тогда собственные состояния гамильтониана являются собственными СР четными состояниями, и они должны распадаться на

конечные состояния с теми же собственными значениями СР-четности.

Двухпионные и трехпионные состояния, образующиеся при распадах нейтральных каонов, имеют следующие СР-четности:

$$\begin{aligned} \text{СР}|\pi\pi\rangle &= |\pi\pi\rangle, \\ \text{СР}|\pi\pi\pi\rangle_0 &= -|\pi\pi\pi\rangle_0, \end{aligned} \quad (\text{П.22})$$

где через $|\pi\pi\pi\rangle_0$ обозначено основное состояние трехпионной системы.

Если предположить сохранение СР, то $|K_+\rangle$ может распадаться только на два пиона (или на некоторое возбужденное состояние трех пионов). В свою очередь, $|K_-\rangle$ не может распадаться на два пиона, однако способен распадаться на трехпионную систему в основном состоянии.

Поскольку фазовое пространство для распада на два пиона больше, чем для распада на три пиона, то время жизни $|K_+\rangle$ должно быть меньше времени жизни $|K_-\rangle$.

В результате гипотеза сохранения СР полного гамильтонiana позволяет отождествить

$$\begin{aligned} |K_+\rangle &\rightarrow |K_S\rangle, \\ |K_-\rangle &\rightarrow |K_L\rangle, \end{aligned} \quad (\text{П.23})$$

где K_S (K_L) – короткоживущий (долгоживущий) каон.

Экспериментально измеренные времена жизни

$$\tau_S \approx 9,0 \times 10^{-11} \text{ с}, \quad \tau_L \approx 5,0 \times 10^{-8} \text{ с}. \quad (\text{П.24})$$

Видно, что времена жизни отличаются на три порядка. Следовательно, пучок каонов, распространяющийся за время $\tau \gg \tau_s$, будет состоять лишь из K_L . При этом K_L должны распадаться на три пиона. Опыты Кронина, однако, показали, что, помимо ожидаемых распадов на три пиона, иногда происходит и распад на два пиона. Так впервые было обнаружено СР нарушение.

Вплоть до 1999 года считалось, что СР нарушение происходит только в системе каонов. В 1999 году эксперименты BaBar (SLAC) и Belle (KEK) обнаружили СР нарушение в системе B_d мезонов. На

рис. П.3 показана принципиальная схема наблюдения СР нарушения в системе B_d -мезонов.

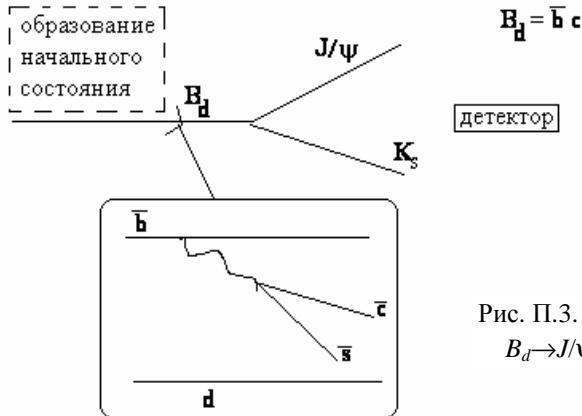


Рис. П.3. Распад
 $B_d \rightarrow J/\psi + K_S$

Рис. П.3 иллюстрирует проблему интерпретации подобного рода экспериментов: теория формулируется в терминах фундаментальных кварковых полей, а эксперимент имеет дело с адронами. Нужно знать матричные элементы операторов кварковых полей:

$$\langle \text{конечное адронное состояние} | O(\text{кварковый оператор}) | \text{начальное адронное состояние} \rangle. \quad (\text{П.25})$$

Эти матричные элементы известны в большинстве случаев не очень хорошо (из-за проблем больших расстояний в КХД).

СР нарушение в стандартной модели

В СМ, основанной на спонтанном нарушении калибровочной группы $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{em}}$, СР нарушающие эффекты возникают в заряженных токах кварков, имеющих следующую структуру:

$$D \rightarrow U W^-, \quad (\text{П.26})$$

где $D \in X\{d,s,b\}$, $U \in \{u,c,t\}$, W^- – калибровочный бозон.

С феноменологической точки зрения, удобно ввести матрицу Кабибо–Кобаяши–Маскавы

$$\hat{V}_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (\text{П.27})$$

С теоретической точки зрения, эта матрица связывает электрослабые состояния (d', s', b') с их собственными массовыми состояниями (d, s, b) :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (\text{П.28})$$

Очевидно, что $\hat{V}_{\text{СКМ}}$ – унитарная матрица, и это её свойство обеспечивает отсутствие нейтральных токов с изменением аромата (FCNC) (по крайней мере, на древесном уровне).

Выразим нелептонное взаимодействие заряженных токов в терминах собственных массовых состояний в лагранжиане:

$$L^{\text{CC}} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u}_L, \bar{c}_L, \bar{t}_L)\gamma^\mu \hat{V}_{\text{СКМ}} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^+ + \text{э.с.} \quad (\text{П.29})$$

На рис. П.4 показана вершина перехода $D \rightarrow U + W^-$ и её СР-сопряженная вершина.

Поскольку СР преобразование включает замену

$$V_{UD} \xrightarrow{\text{CP}} V_{UD}^*, \quad (\text{П.30})$$

то СР нарушение в СМ можно учесть путем введения комплексных фаз в СКМ матрицу. Но могут ли возникать такие комплексные фазы в матрице СКМ?

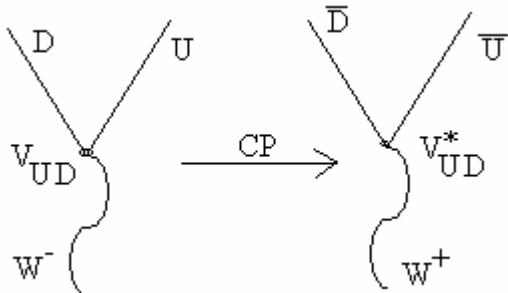


Рис. П.4. Вершина перехода $D \rightarrow U + W^-$
и СР-сопряженная вершина

Фазовая структура СКМ матрицы

Поскольку есть произвол в определении U - и D -типа夸克овых полей, переопределим их следующим образом:

$$U \rightarrow \exp(i\xi_U)U, \quad (\Pi.31a)$$

$$D \rightarrow \exp(i\xi_D) D. \quad (\Pi.316)$$

Если произвести такое преобразование в лагранжиане, то его инвариантность подразумевает следующее преобразование СКМ матрицы

$$V_{UD} \rightarrow \exp(i\xi_U) V_{UD} \exp(-i\xi_U). \quad (\Pi.32)$$

С помощью этих преобразований для исключения нефизических фаз можно показать, что параметризация $N \times N$ кварковой матрицы смешивания (N – число фермионных поколений) включает:

$$\frac{N(N-1)}{2} + \frac{1}{2}(N-1)(N-2) = (N-1)^2. \quad (\text{П.33})$$

углы Эйлера комплексные фазы

Если применить это выражение к $N = 2$ поколениям, то требуется лишь один угол (угол Кабибо) для параметризации 2×2 матрицы (и отсутствия комплексной или вещественной фазы). В этом случае

$$V_C = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}, \sin \theta_C = 0,22. \quad (\text{II.34})$$

В случае $N = 3$ поколений параметризация 3×3 матрицы смешивания содержит три угла Эйлера и одну комплексную фазу. Именно эта комплексная фаза дает возможность учесть СР нарушение в рамках СМ (показано Кобаяши и Маскава в 1973 году). Этую картину нарушения СР в стандартной модели называют механизмом Кобаяши–Маскавы.

П.3. Сильное СР-нарушение и модель аксиона

В КХД существует проблема СР-нарушения. Дело в том, что в лагранжиане КХД должен присутствовать член

$$\Delta L = \frac{\alpha_s^2}{16\pi} \theta \cdot \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} G^{a\alpha\beta} G^{a\mu\nu}, \quad (\Pi.35)$$

где α_s – константа сильного взаимодействия, $G_{\mu\nu}^a$ – тензор напряженности глюонного поля, a – цветовой индекс, θ – произвольная константа. Данный член С-четен, Р- и Т-нечетен, следовательно, СР-нечетен. Его присутствие имеет несколько мотиваций. Во-первых, данный член отвечает общим требованиям к исходному лагранжиану КХД: инвариантность относительно преобразований Лоренца и группы симметрии КХД $SU_c(3)$, перенормируемость. Во-вторых, данный член должен эффективно возникать за счет непертурбативных процессов КХД, обусловленных аксиальной аномалией (см. часть «сокращение аномалий» раздела 3.5). Отметим, что в отличие от электрослабой теории, где аксиальная аномалия чревата серьезной для теории проблемой из-за наличия аксиальной компоненты у слабого взаимодействия и она сокращается (в рамках одного поколения фермионов), в КХД аномалия допустима и, в частности, ее проявлением объясняется различие масс псевдоскалярных мезонов, необъяснимое различием масс кварков (например, между η - и η' -мезонами).

Член (П.35) должен приводить к наблюдаемому СР-нарушению в сильных взаимодействиях. В частности, он должен приводить к ненулевому электрическому дипольному моменту нейтрона,

$$d_n \approx e\theta m_u / m_n^2 \sim \theta \cdot 10^{-16} e \cdot \text{см}, \quad (\text{П.36})$$

где $m_{u,n}$ – массы u -кварка и нейтрона. Из экспериментального ограничения, $|d_n| < 3 \cdot 10^{-26} e \cdot \text{см}$, следует предел

$$|\theta| < 10^{-9}. \quad (\text{П.37})$$

Столь неестественно малое для константы значение определило так называемую проблему «сильного СР-нарушения».

Ставшее наиболее популярным решение данной проблемы было предложено Печеем и Куином (R. Peccei, N. Quinn) в 1977 г. Идея его заключается в том, чтобы придать величине θ в (П.35) смысл динамической переменной – поля, а не константы, которое стремится к нулю. Для этого Печей и Куин предположили наличие дополнительной глобальной $U_{PQ}(1)$ симметрии, преобразующей СР-нарушающую фазу (совершающей киральные вращения полей кварков, $q \rightarrow e^{i\alpha\gamma_5} q$). Эта симметрия спонтанно нарушается с по-

мощью некоторого комплексного скалярного поля ϕ на некотором энергетическом масштабе f_a . В результате нарушения появляется голдстоуновский бозон – аксион a (назван так Ф. Вилчеком в 1978 г. из-за аксиального типа его взаимодействия с другими частицами). Благодаря аксиальной аномалии в эффективном лагранжиане должен присутствовать с точностью до замены $\theta \rightarrow a/f_a$ член взаимодействия аксиона с глюонами вида (П.35). Это, в свою очередь, делает потенциал поля аксиона зависимым от его значения:

$$V_{\text{эфф}} = V_0 (1 - \cos(\theta + a/f_a)). \quad (\text{П.38})$$

Коэффициент V_0 определяется вкладом в плотность энергии вакуума, обусловленным аксиальной аномалией КХД. По порядку величины $V_0 \sim m_u \Lambda_{\text{КХД}}^3 \sim f_\pi^2 m_\pi^2$, f_π и m_π – константа распада и масса π -мезона. Минимуму потенциала и взаимному уничтожению члена (П.35) и аналогичного члена с a отвечает значение

$$a = \langle a \rangle = -\theta f_a. \quad (\text{П.39})$$

«Сваливание» поля a в указанный минимум и дает решение проблемы сильного СР-нарушения. Важным следствием данного механизма является существование нового, скалярного поля со своими свойствами.

Раскладывая вблизи минимума (П.39) потенциала (П.38) поле аксиона $a = \langle a \rangle + \alpha$, можно получить массу аксиона – коэффициент при квадратичном по α члене

$$m_a \approx 0,6 \text{ мэВ} \frac{10^{10} \text{ ГэВ}}{f_a}. \quad (\text{П.40})$$

Наличие у аксиона ненулевой массы, обусловленной КХД, отличает его от других голдстоуновских бозонов. Поэтому его называют псевдо-голдстоуновским бозоном.

Амплитуда вероятности взаимодействия аксиона с известными частицами обратно пропорциональна f_a . Точный ее вид зависит от конкретной реализации нарушения симметрии $U_{PQ}(1)$. Предложены два основных способа нарушения: модель DFSZ (по первым буквам авторов) и модель KSVZ. В первой нарушение $U_{PQ}(1)$ осуществляется с помощью расширенного хиггсовского сектора: используется два дублета Хиггса (аналогично тому, как это делается в

MSSM) и один дополнительный синглет, ϕ . В данной модели аксион имеет на древесном уровне взаимодействие как с кварками, так и с лептонами. В модели KSVZ для нарушения $U_{\text{PQ}}(1)$ используется один дополнительный хиггсовский синглет, ϕ , и дополнительный сверхтяжелый夸克, которым приписывается ненулевой заряд по группе $U_{\text{PQ}}(1)$. В этой модели аксион на древесном уровне взаимодействует только с кварками.

Стоит отметить, что вакуумное среднее поля Хиггса ϕ , ответственного за нарушение симметрии $U_{\text{PQ}}(1)$, может отличаться от f_a , использованного в формулах (П.38)–(П.40), в N раз: $\langle \phi \rangle = Nf_a$. Число N определяется числом ароматов кварков, взаимодействующих с аксионом (заряженных по группе $U_{\text{PQ}}(1)$). Как правило, в модели KSVZ $N = 1$, в модели DFSZ $N = 6$. В случае $N \neq 1$ это приводит к тому, что периодичность исходного аксионного поля a , возникающего как фаза поля ϕ после спонтанного нарушения $U_{\text{PQ}}(1)$, $\phi \rightarrow \langle \phi \rangle e^{ia/\langle \phi \rangle}$, отличается от периодичности потенциала (П.38), обусловленного эффектами КХД:

$$a = a + 2\pi N f_a, \quad (\text{П.41а})$$

$$V_{\text{эфф}}(a) = V_{\text{эфф}}(a + 2\pi f_a). \quad (\text{П.41б})$$

Вследствие этого в области значений аксиона $0 \leq a \leq 2\pi N f_a$ оказывается N минимумов эффективного потенциала. Иными словами, после фазового перехода КХД появляется N вакуумных состояний аксиона, энергетически равнозначных.

Взаимодействие аксиона с фермионами (с кварками в модели KSVZ и с кварками и лептонами в модели DFSZ) описывается лагранжианом

$$L_{\text{aff}} = i c_{\text{aff}} \frac{m_f}{f_a} \bar{af} \gamma_5 f, \quad (\text{П.42})$$

где $c_{\text{aff}} \sim 1$ – безразмерный коэффициент, точное значение которого зависит от модели, $a \equiv \alpha$ – поле аксиона. В частности, для $f = \text{лептон}$ $c_{\text{aff}} = 0$ в любом варианте модели KSVZ.

На петлевом уровне появляется взаимодействие аксиона с фотоном. Соответствующая диаграмма показана на рис. П.5. Эффективный Лагранжиан $a\gamma\gamma$ -взаимодействия имеет вид, аналогичный (П.35)

$$L_{a\gamma\gamma} = -c_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha}{16\pi} \frac{a}{f_a} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} F^{\alpha\beta} F^{\mu\nu} = -c_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha}{\pi} \frac{a}{f_a} \vec{E} \cdot \vec{B}. \quad (\text{П.43})$$

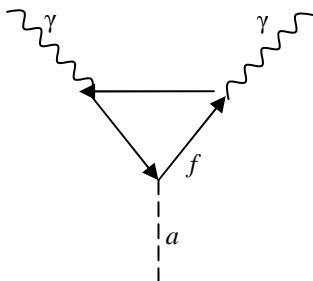


Рис. П.5. Диаграмма взаимодействия аксиона с фотонами

Коэффициент $c_{a\gamma\gamma}$ по абсолютному значению ~ 1 и определяется конкретным вариантом модели. Существование аксиона может приводить к распадам

$$J/\Psi \text{ или } \Upsilon \rightarrow a + \gamma, \quad (\text{П.44a})$$

$$K^+ \rightarrow a + \pi^+, \quad (\text{П.44б})$$

а также к процессам при столкновении пучков

$$p \text{ или } e + N \rightarrow a + X \quad (\text{П.45})$$

с последующим распадом $a \rightarrow \gamma\gamma$ или e^+e^- . Возможны реакции снятия возбуждения ядер посредством излучения аксиона с его последующим распадом. Однако поиск подобных эффектов не привел к положительному результату. Эти эксперименты позволили получить ограничение

$$f_a > 10^4 \text{ ГэВ}, \quad m_a < \text{кэВ}. \quad (\text{П.46})$$

Полученное ограничение, в частности, исключило возможность связать нарушение $U_{\text{PQ}}(1)$ с нарушением симметрии электрослабой теории, как это предлагалось первоначально.

Ограничение (П.46) делает аксион весьма слабо взаимодействующей («невидимой») метастабильной частицей. Время жизни a определяется его распадом на фотоны

$$\begin{aligned} \tau(a \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{64\pi^3}{c_{a\gamma\gamma}^2 \alpha^2} \frac{f_a^2}{m_a^3} \approx \frac{2 \cdot 10^{17} \text{ лет}}{c_{a\gamma\gamma}^2} \left(\frac{\text{эВ}}{m_a} \right)^5 \approx \\ &\approx \frac{2 \cdot 10^{33} \text{ лет}}{c_{a\gamma\gamma}^2} \left(\frac{f_a}{10^{10} \text{ ГэВ}} \right)^5. \end{aligned} \quad (\text{П.47})$$

Аксион с массой < 10 эВ имеет время жизни, большее возраста Вселенной.

Как стабильная слабовзаимодействующая частица аксион может играть свою роль в астрофизике. В недрах звезд они будут рож-

даться в процессах $\gamma + e \rightarrow e + a$, $e + N \rightarrow N + e + a$, $\gamma + N \rightarrow N + a$. Как и нейтрино родившиеся аксионы будут беспрепятственно покидать звезду, унося с собой энергию. Это, в свою очередь, будет сказываться на времени жизни звезд, что особенно заметно для красных гигантов. Соответствующие наблюдения позволили опустить верхнее ограничение на массу аксиона до $m_a < 0,5$ эВ (в случае взаимодействия a с электроном ограничение еще сильнее). Кроме того, взрывы сверхновых звезд могут быть мощной «фабрикой» по производству аксионов при больших значениях f_a (меньших m_a) за счет процессов $N + N \rightarrow N + N + a$. Подобные процессы могут составлять серьезную конкуренцию нейтрино в охлаждении плотного ядра звезды, предшествующем ее взрыву. Зарегистрированный нейтринный сигнал от сверхновой SN1987а подтверждает стандартную картину охлаждения ядра звезды за счет нейтрино, что позволяет усилить ограничения

$$f_a > 2 \cdot 10^9 \text{ ГэВ}, \quad m_a < 3 \text{ мэВ}. \quad (\text{П.48})$$

Стабильность и одновременно сверхслабое взаимодействие аксиона придает ему особое значение в космологии. Благоприятные условия для их рождения могли складываться в ранней Вселенной. Соответствующий анализ космологических данных способен дать информацию о свойствах аксиона в недоступной для экспериментов физики частиц и астрофизики области их определяющих параметров. О роли аксиона в космологии идет речь в части «скрытая масса» п. 5.6. Там же представлены вместе существующие ускорительные, астрофизические и космологические ограничения (см. рис. 5.5).

В заключение отметим, что существуют альтернативные попытки объяснения проблемы сильного СР-нарушения. Одна из них – это спонтанное СР-нарушение. Считается, что исходные юкавские константы кварков типа $q\bar{q}\Phi$, приводящие при $\Phi = \langle\Phi\rangle$ к массам кварков, как и сами значения соответствующих вакуумных средних $\langle\Phi\rangle$ – действительные. СР-нарушающая фаза в массовой матрице кварков может эффективно появляться за счет смешивания кварков с гипотетическими тяжелыми векторо-подобными кварками Q . Юкавский член $q\bar{Q}\Phi$, смешивающий q и Q , допускает наличие указанной фазы у вакуумного среднего $\Phi = \langle\Phi\rangle$.

Другой возможный способ решения проблемы сильного СР-нарушения связан с предположением нулевой массы u -кварка. В этом случае член (П.35) не приводит к наблюдаемым эффектам и $d_n = 0$ (см. (П.36)). Однако ценой данного решения становится, в частности, отказ от соотношения Гелл-Манна–Окубо между массами псевдоскалярных мезонов как физически обоснованного соотношения. Оба данных варианта решения СР-проблемы не столь привлекательны с теоретической точки зрения как модель аксиона и беднее по своим приложениям в экспериментальной физике частиц, астрофизике и космологии.

П.4. СРТ нарушение

Согласно СРТ теореме, любая квантовая теория, сформулированная в плоском пространстве–времени, симметрична относительно СРТ преобразований, если она обладает свойствами:

- 1) локальности,
- 2) унитарности (сохраняет вероятности),
- 3) лоренц-инвариантности.

Очевидно, что теорема не справедлива в искривленном пространстве (сингулярном) пространстве–времени, например, «вблизи» черных дыр.

Лоренц-инвариантность может нарушаться во многих секторах современной физики высоких энергий: теории Большого объединения, теория браны, модели квантовой гравитации и т.д.

Следствием нарушения лоренц-инвариантности является модификация закона дисперсии $\epsilon^2 = \vec{p}^2 + m^2$. Естественным обобщением стандартного закона дисперсии может быть следующее выражение

$$E^2 = p^2 + m^2 + p^2 f(p/M), \quad (\text{П.49})$$

где $p = |\vec{p}|$ и M – большой масштаб нарушения Лоренц-инвариантности. Можно разложить функцию f в ряд, ограничившись первым порядком по p :

$$\epsilon^2 = p^2 + m^2 + \alpha \frac{p^3}{M}. \quad (\text{П.50})$$

Интересным следствием нестандартного закона дисперсии является «неньютоновская» динамика при очень высоких энергиях. Действительно, если $E^2 \neq p^2 + m^2$, то из соотношения $\vec{v} = \frac{\partial E}{\partial \vec{p}}$, не получим

чим $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$. Поэтому при очень больших импульсах не получим

$$v^\mu = \frac{p^\mu}{E}, \text{ и, следовательно, } a^\mu = \frac{F^\mu}{m} \text{ (здесь } F^\mu = \dot{P}^\mu \text{ – 4-сила).}$$

Найдем параметры, характеризующие масштаб нарушения закона дисперсии из данных по распаду нейтрона и заряженного π -мезона. При этом будем предполагать, что кинематика этих распадов изменяется за счет нарушения лоренц-инвариантности, а динамика определяется стандартной моделью.

Для распада $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ скорость (дифференциальная) распада:

$$\begin{aligned} d\Gamma &\equiv \text{const} \cdot \delta(E_v - Q) p_v^2 dp_v p_e^2 dp_e d\Omega_e, \\ Q &= \Delta - E_e, \quad \Delta = m_n - m_p. \end{aligned} \tag{П.51}$$

Выберем закон дисперсии для нейтрино в наиболее простом виде:

$$E_v^2 = p_v^2 + m^2 + 2\mu_e p_v. \tag{П.52}$$

После интегрирования

$$\Gamma = \Gamma_B + \text{const} \cdot \mu_e \int_1^{\Delta/m_e} d\varepsilon \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \left(\varepsilon - \frac{\Delta}{m_e} \right), \tag{П.53}$$

где $\varepsilon = \frac{E_e}{m_e}$ и

$$\Gamma_B = \text{const} \cdot \mu_e \int_1^{\Delta/m_e} d\varepsilon \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \left(\varepsilon - \frac{\Delta}{m_e} \right)^2. \tag{П.54}$$

Представим полную ширину в виде

$$\Gamma = \Gamma_0 + 2 \frac{\mu_e}{mm_e} \Gamma_1, \tag{П.55}$$

где Γ_1 – лоренц-нарушенная часть. Тогда

$$2 \frac{\mu_e}{mm_e} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_1} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \frac{\Gamma_0}{\Gamma_1}, \tag{П.56}$$

причем $\Delta\Gamma = \Gamma - \Gamma_0$. Фактор $\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}$ приблизительно равен неопределенности в экспериментальном определении времени жизни нейтрона:

$$\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \approx \frac{\Delta\tau}{\tau} \sim 10^{-3}. \quad (\text{П.57})$$

Но $\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} \approx \left\langle \epsilon - \frac{\Delta}{m_e} \right\rangle$ – усреднение по электронному сектору. Поскольку средняя энергия в β -распаде составляет 1 кэВ, то $\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} \approx 2$.

Собирая вместе все оценки, получаем ограничение на лоренц-нарушающий параметр $\mu_e \leq 1$ кэВ. Т.е. в законе дисперсии будет поправка

$$2\mu_e p_v \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ГэВ} p_v. \quad (\text{П.58})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. – М.: Наука, 1990.
2. Емельянов В.М. Стандартная модель и ее расширения. – М.: Физматлит, 2007.
3. Хлопов М.Ю. Основы космомикрофизики. – М.: УРСС, 2004.
4. Straumann N. Lectures given at the Physik-Combo, in Halle, Leipzig and Jena, 2004/5; <http://lanl.arxiv.org/abs/hep-ph/0505249>.
5. Linde A. Particle Physics and Inflationary Cosmology// Contemp.Concepts Phys. 5 (2005) 1-362; <http://lanl.arxiv.org/abs/hep-th/0503203>; Linde A. Inflation and String Cosmology// Phys.Conf.Ser. 24 (2005) 151-160; <http://lanl.arxiv.org/abs/hep-th/0503195>.
6. Bertone G., Hooper D., Silk J. Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints// Phys.Rept. 405 (2005) 279-390; <http://lanl.arxiv.org/abs/hep-ph/0404175>.
7. Рубин С.Г. Устройство нашей Вселенной. – Фрязино: Век 2, 2006.
8. Nobbenhuis S. Categorizing Different Approaches to the Cosmological Constant Problem// Found.Phys. 36 (2006) 613-680; <http://lanl.arxiv.org/abs/gr-qc/0411093>.
- Padmanabhan T. Dark Energy: Mystery of the Millennium// AIP onf.Proc. 861 (2006) 179-196; <http://lanl.arxiv.org/abs/astro-ph/0603114>.